



Disponível em  
<http://www.anpad.org.br/rac>

RAC, Rio de Janeiro, v. 16, n. 6, art. 5,  
pp. 845-865, Nov./Dez. 2012



## **Dinâmica da Produtividade e Eficiência dos Gastos na Educação dos Municípios Goianos**

**Productivity and Efficiency Dynamics in Education Spending in Municipalities of the Brazilian State of Goiás**

**Carlos Rosano-Peña \***

E-mail: [gmcrosano@gmail.com](mailto:gmcrosano@gmail.com)  
Universidade de Brasília – UnB  
Brasília, DF, Brasil.

**Pedro Henrique Melo Albuquerque**

E-mail: [pedro.melo.albuquerque@gmail.com](mailto:pedro.melo.albuquerque@gmail.com)  
Universidade de Brasília – UnB  
Brasília, DF, Brasil.

**Cecílio Elias Daher**

E-mail: [ceciliodaher@gmail.com](mailto:ceciliodaher@gmail.com)  
Universidade de Brasília – UnB  
Brasília, DF, Brasil.

\* Endereço: Carlos Rosano-Peña  
Campus Darcy Ribeiro, ICC Norte, s. B1-576, Brasília/DF, 70910-900.

## Resumo

Em um contexto de escassez e maior necessidade de racionalidade na utilização das finanças municipais, ganha relevância o tema da produtividade dos gastos e da eficiência escolar. Este artigo busca avaliar a evolução da produtividade e da eficiência dos gastos com ensino feitos pelos municípios goianos, nos anos de 2005, 2007 e 2009, por meio do Índice de Produtividade de Malmquist combinado com o método Análise Envoltória de Dados (DEA) e da técnica de Cadeias de Markov. Os resultados revelam o progresso nos níveis de produtividade e suas causas: variação da eficiência produtiva e das mudanças tecnológicas. Mostram também que, se as redes de ensino mantiverem a dinâmica apresentada no período analisado, o número inicial de estados de eficiência (nove) deve ser mantido. A tendência não forma classes fechadas, todos os estados são acessíveis e se comunicam. Porém, o estado mais eficiente é o único que cresceu no longo prazo e isso se dá em razão da redução da participação dos municípios nos outros estados. Esse fato deve estar refletindo o ganho de produtividade evidenciado e rejeitando as hipóteses de tendências de divergência na evolução da eficiência. Os resultados obtidos demonstraram que o método utilizado pode ser uma interessante alternativa para a avaliação da dinâmica de desempenho das finanças públicas e no apoio à decisão.

**Palavras-chave:** finanças públicas; DEA; índice de produtividade de Malmquist; cadeias de Markov.

## Abstract

In a context of scarcity and increased need for rationality in the use of municipal finances, there is increased relevance for school productivity and spending efficiency. This article seeks to assess the evolution of productivity in public spending on education in the municipalities of Goiás in the years 2005, 2007 and 2009, using the Malmquist Productivity Index combined with the method Data Envelopment Analysis (DEA) and the Markov Chains technique. The results reveal the improvement in productivity levels and its causes: changes in productive efficiency and technology. The results also show that if school systems maintain the dynamics presented in the analyzed period, the initial number of efficiency states (nine) must also be maintained. This tendency does not form closed classes, as all states are accessible and communicate with each other. However, the most efficient state is only one that grew over the long term. This occurs due to municipalities reducing their participation in other states. This should be a reflection of the productivity gain and rejects hypothesis of divergence trends in the evolution of efficiency. The results showed that the method can be an interesting alternative to evaluate the dynamic performance of public finances and decision-making support.

**Key words:** public finance; DEA; Malmquist productivity index; Markov chains.

## Introdução

No Brasil, o investimento público em educação está avançado significativamente. Dados do Ministério da Educação (MEC, 2010a) revelam que o total de recursos destinados a esse fim passou de 3,9% do PIB, em 2000, para 5%, em 2009. O Plano Nacional de Educação 2011-2020, apresentado pelo Governo Federal, planeja ampliar progressivamente esses gastos até atingir, no mínimo, o patamar de 7%, apesar de observarem-se tendências de redução no número de alunos (MEC, 2010b).

Isso representa uma aproximação aos níveis de investimento dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que gastam 6,2% do seu PIB coletivo com instituições de ensino, indo desde mais de 7% em Dinamarca, Israel, Islândia e Estados Unidos, até 4,5% ou menos na Itália e na República Eslovaca (OCDE, 2010).

Os números por si só, mesmo sendo dignos de comemoração, podem camuflar o fato de que o aumento no investimento isoladamente não se tem traduzido em melhoria na qualidade do ensino. Um grande número de estudos indica que nem o nível de gastos por estudante, nem o nível de formação de professores têm correlação significativa com o rendimento escolar, sendo que as características do entorno familiar parecem ser mais significantes. Argumenta-se que a causa básica do desempenho inadequado é estrutural e organizacional, não financeira. Essa linha de pensamento foi inaugurada pelo Relatório Coleman, fortalecida por Hanushek e seus seguidores (Hanushek, 1997; Hanushek & Luque, 2003) e está em consonância com os resultados de pesquisas realizadas no Brasil por Diaz (2007) e Menezes-Filho (2007).

Outra linha mais otimista enfatiza - sem negar a relevância dos fatores familiares, do meio social e da gestão na educação - que a correlação linear entre os insumos escolares e as notas dos estudantes em testes de aproveitamento é grande o suficiente para ser pedagogicamente importante (Hedges, Laine, & Greenwald, 1994, 1996). Resultados similares foram encontrados no Brasil por Franco (2008). Além disso, estudos mais gerais concluem que, mesmo que maiores níveis de investimento por aluno estejam associados ao melhor desempenho, essa relação explica apenas 15% das variações, ressaltando que o fator mais importante é o modo como esses recursos são gastos (OCDE, 2007).

Assim, em um contexto de escassez e maior necessidade de racionalidade na utilização dos recursos disponíveis, ganha relevância o tema da produtividade dos gastos e da eficiência escolar. Esse tema é estudado frequentemente através de métodos não paramétricos, baseados na Análise Envoltória de Dados (do inglês, *Data Envelopment Analysis* [DEA]) e no Índice de Produtividade de Malmquist (IPM).

Essas técnicas buscam estimar os níveis de eficiência relativa e a dinâmica da produtividade de unidades educacionais, considerando os múltiplos produtos e insumos escolares. Suas aplicações na educação concluem que recursos extras só são apropriados quando usados de forma eficiente e inovadora.

No âmbito internacional, alguns exemplos da extensa utilização do DEA na educação são encontrados em Färe, Grosskopf, Försund, Hayes e Heshmati (2006), Portela e Thanassoulis (2001), Ruggiero (2006), Muñiz, (2002), Thieme, Prior, Giménez e Tortosa-Ausina (in press). No âmbito nacional, utilizaram o DEA Gasparini e Ramos (2003) para medir a efetividade e a eficiência no Ensino Médio brasileiro; Delgado e Machado (2007), ao estudarem a eficiência das escolas públicas do Estado de Minas Gerais; Faria, Jannuzzi e Silva (2008), para avaliar a eficiência dos gastos municipais em saúde e educação no estado do Rio de Janeiro, dentre outros.

Nota-se, entretanto, que a maioria dos trabalhos empíricos que utilizaram o DEA combinado com o IPM, até a data, foram feitos nos países desenvolvidos. Uma extensa revisão, na base de periódicos Capes, não encontrou referências à utilização desse método no estudo da dinâmica da educação brasileira.

Nesse sentido, o presente trabalho inova ao avaliar a evolução da produtividade e da eficiência dos gastos municipais no ensino, através do DEA combinado com o IPM, e estimar as tendências apontadas por esses resultados.

Mais especificamente, o estudo propõe analisar a dinâmica da produtividade dos gastos dos municípios goianos nos anos de 2005, 2007 e 2009, separando as fontes dessa variação em mudanças tecnológicas e de eficiência. Busca, ainda, verificar as hipóteses de convergência ou divergência na evolução da eficiência, utilizando a técnica de Cadeias de Markov.

Além deste preâmbulo, o presente trabalho está estruturado da seguinte forma: a segunda seção oferece uma revisão dos conceitos de eficiência, produtividade, dos métodos DEA-clássicos, Índice de Produtividade de Malmquist (IPM) e Cadeias de Markov; a terceira seção descreve os parâmetros do problema da evolução da produtividade dos gastos municipais com o ensino no Estado de Goiás; a quarta mostra os resultados da pesquisa; e, finalmente, na seção final, apresentam-se as principais conclusões do trabalho.

## Conceitos e Métodos de Estimação da Eficiência e Produtividade

Por trás dos métodos não paramétricos utilizados pelo DEA, está o conceito do índice relativo de eficiência técnica proposto por Farrell (1957), por sua vez implícito nos trabalhos de Debreu (1951) e Shephard (1953). O índice de eficiência de Farrell (F) é obtido por meio da comparação de uma unidade produtiva com as unidades eficientes, que formam a fronteira do conjunto de possibilidade de produção (CPP). Mensura a ineficiência a partir da distância que separa essa unidade da fronteira CPP, formada pela combinação linear do conjunto de unidades eficientes.

Essa mensuração implica a escolha de uma direção. As duas direções básicas (horizontal e vertical) definem a existência dos dois principais tipos de índice de eficiência técnica: orientado aos *inputs* e orientado aos *outputs*. O índice de Farrell com orientação aos *inputs* ( $F_i$ ) determina a máxima redução proporcional (radial) possível do vetor *input* ( $\mathbf{x}$ ), dado um vetor *output* ( $\mathbf{y}$ ). Por sua vez, o índice com orientação aos *outputs* ( $F_o$ ) define a máxima expansão proporcional cabível do vetor *output* mantendo constante o vetor *input*. Portanto, se um processo produtivo  $\alpha$  está na fronteira do CPP,  $F_i(\mathbf{x}_\alpha, \mathbf{y}_\alpha) = F_o(\mathbf{x}_\alpha, \mathbf{y}_\alpha) = 1$  e  $\alpha$  pertencerá ao subconjunto eficiente de CPP. No entanto, se  $\alpha$  está no interior do CPP,  $F_i(\mathbf{x}_\alpha, \mathbf{y}_\alpha) < 1$  e  $F_o(\mathbf{x}_\alpha, \mathbf{y}_\alpha) > 1$ , sendo então caracterizado como ineficiente. Ao multiplicar  $F_i(\mathbf{x}_\alpha, \mathbf{y}_\alpha)$  pelo vetor *input* ou  $F_o(\mathbf{x}_\alpha, \mathbf{y}_\alpha)$  pelo vetor *output*, o par de vetores  $(\mathbf{x}_\alpha, \mathbf{y}_\alpha)$  é projetado à fronteira do CPP, tornando-se  $\alpha$  eficiente.

Os índices de Farrell são os recíprocos da função distância introduzida por Shephard (1953). Essa função caracteriza o CPP, definindo o conjunto de *outputs*  $[P(\mathbf{x})]$  possível de ser produzido a partir de um determinado vetor de *inputs*, ou, de outro modo, o conjunto necessário de *inputs*  $[L(\mathbf{y})]$  para se obter um vetor de *outputs*. Matematicamente, a função distância orientada aos *outputs* pode ser determinada como  $D_o(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \text{Min}\{\theta: (\mathbf{x}, \mathbf{y}/\theta) \in P(\mathbf{x})\}$ , em que o escalar  $\theta \in (0, 1]$  mede a distância que separa um processo produtivo da fronteira no espaço  $P(\mathbf{x})$ . A função distância orientada aos *inputs* é definida como  $D_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \text{Max}\{\delta: (\mathbf{x}/\delta, \mathbf{y}) \in L(\mathbf{y})\}$ , em que  $\delta \geq 1$  mostra em qual proporção podem ser reduzidos os *inputs* no espaço  $L(\mathbf{y})$ . Quando  $\theta = \delta = 1$ , a unidade avaliada é eficiente, caso contrário ( $\theta < 1$  e  $\delta > 1$ ) é ineficiente. Assim, a relação entre a função distância e o índice de Farrell é representada como:

$$D_o(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = [F_o(\mathbf{x}, \mathbf{y})]^{-1} \text{ e } D_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = [F_i(\mathbf{x}, \mathbf{y})]^{-1}$$

De acordo com Farrell (1957), existem diferenças entre os conceitos eficiência e produtividade. A produtividade expressa a relação produto/insumo e mostra o nível de aproveitamento do recurso empregado em cada processo produtivo observado. A eficiência técnica, por sua vez, parte do princípio de que nem sempre todas as unidades são capazes de atingir a máxima produtividade. Então, ao se comparar a produtividade dessas unidades com a melhor prática, obtém-se o conceito relativo de

eficiência. Por conseguinte, a eficiência pode ser chamada de produtividade relativa, sendo alcançada quando a produtividade é maximizada. Em outras palavras, a produtividade é o quanto se produz em relação a cada um dos recursos empregados, e a eficiência é o quanto se produz em relação ao quanto se poderia produzir.

É necessário frisar, também, que a eficiência, por ser um valor relativo, é insensível às unidades de medidas usadas pelos *inputs* e *outputs*. Para dar um exemplo, considere-se a avaliação de unidades produtoras de cereais. Se em lugar de toneladas de grãos por hectare utilizarem-se sacas por alqueire, o valor da eficiência será o mesmo; já a produtividade terá valores diferentes, exigindo a especificação das unidades de medida.

Todavia, em uma situação de múltiplos *inputs* e *outputs*, a produtividade calculada desse modo passa a ser um indicador parcial, ao possibilitar que se atribua a um insumo o resultado gerado por outro *input* não incluído na análise. O acréscimo na produtividade de um insumo pode ser obtido em detrimento da diminuição da produtividade de outro recurso, dada a existência de compensações (*trade-offs*) pela substituição de produtos e insumos. Para corrigir essa parcialidade, faz-se necessário ponderar *inputs* e *outputs*, substituindo-os por um valor agregado.

Assim, surge o conceito de produtividade total dos fatores (PTF), definido como o quociente entre a soma ponderada dos  $m$  *outputs* ( $\mathbf{y}$ ) e a soma ponderada dos  $n$  *inputs* ( $\mathbf{x}$ ):  $PTF = \frac{\sum u_r y_r}{\sum v_i x_i}$ , em que  $\mathbf{u}_r \in \mathbb{R}^m$  e  $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^n$  são as respectivas ponderações que permitem criar o valor agregado dos  $\mathbf{y}$  e  $\mathbf{x}$ .

Dada a PTF de uma unidade, a avaliação da eficiência exige a determinação de um ponto na fronteira CPP ( $\tilde{\mathbf{y}}$ ), que maximize os *outputs* com o vetor *input* da unidade avaliada. Se nesse ponto  $(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{y}})$   $PTF = \frac{\sum u_r \tilde{y}_r}{\sum v_i x_i}$ , a eficiência da unidade avaliada  $= \frac{(\sum u_r y_r)}{(\sum v_i x_i)} \bigg/ \frac{(\sum u_r \tilde{y}_r)}{(\sum v_i x_i)} = \frac{\sum u_r y_r}{\sum u_r \tilde{y}_r}$ .

Mas como ponderar *inputs* e *outputs* e que função de agregação utilizar na avaliação? Os resultados da avaliação podem ser diferentes em função dos múltiplos critérios existentes. O método paramétrico, por exemplo, utiliza preços de mercado para ponderar as quantidades dos *inputs* e *outputs*. Isso permite avaliar o PTF e a fronteira de produção estocástica (ou determinística), com a qual é estimado o índice de eficiência. Outro critério é o utilizado pelo DEA, que emprega um conjunto ótimo de ponderadores  $\{\mathbf{u}_r, \mathbf{v}_i\}$  chamado de conjunto de preços-sombra, derivado dos problemas de programação linear.

A Equação (1) mostra o modelo inicial do DEA, desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), com orientação aos insumos (CCR-OI) para uma unidade  $o$  qualquer (de um grupo de  $N$  organizações homogêneas) que produz o vetor  $\mathbf{y}_{ro}$ , utilizando o vetor insumo  $\mathbf{x}_{io}$  e uma tecnologia com retorno constante de escala (RCE), ou seja, quando acréscimos nos recursos produzem acréscimos proporcionais nos produtos. Sua solução envolve a obtenção dos valores  $\mathbf{v}_i$  e  $\mathbf{u}_r$  (o peso específico ou importância relativa de cada insumo  $i$  e de cada produto  $r$ ), que maximizam a eficiência da unidade  $o$  ( $H_o$ ), definida como o quociente entre a soma ponderada de *outputs* e a soma ponderada de *inputs*, sujeito a que nenhuma unidade tenha um índice maior que um, usando os mesmos pesos. A restrição implícita do modelo permite a total flexibilidade das ponderações atribuídas aos *inputs* e *outputs*, captando, assim, como as unidades avaliadas combinam os produtos e insumos diferentemente, algo que deve ser levado em consideração na hora de avaliar suas ineficiências. Dessa forma, a unidade avaliada, também, será comparada com o conjunto de unidades eficientes que tem seu mesmo perfil tecnológico.

$$\begin{aligned}
 \text{Max } H_o &= \left[ \sum_{r=1}^m u_r y_{ro} \right] \div \left[ \sum_{i=1}^n v_i x_{io} \right] \\
 \text{s. a. } &\left[ \sum_{r=1}^m u_r y_{rj} \right] \div \left[ \sum_{i=1}^n v_i x_{ij} \right] \leq 1; u_r, v_i \geq 0; j = 1, \dots, N; r = 1, \dots, m; i = 1, \dots, n
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

A Equação (1) é transformada em um problema de programação linear (PPL) para evitar infinitas soluções, podendo, também, ser condicionada a  $u_r$  e  $v_i \geq \varepsilon$  (em que  $\varepsilon=10^{-6}$ ), impedindo que os pesos obtenham o valor zero, ou seja, evitando que algum produto ou insumo seja marginalizado da determinação da eficiência. A nova Equação PPL CCR-OI é dada por (2) e sua equivalente, orientada aos *outputs* (PPL CCR-OO), por (3).

$$\text{Max } H_o = \sum_{r=1}^m u_r y_{ro}. \quad (2)$$

$$\text{S. a. } \sum_{i=1}^n v_i x_{io} = 1; \sum_{r=1}^m u_r y_{rj} \leq \sum_{i=1}^n v_i x_{ij}; \quad u_r, v_i \geq \varepsilon;$$

$$\text{Min } \phi_o = \sum_{r=1}^m v_i x_{io}. \quad (3)$$

$$\text{S. a. } \sum_{i=1}^n u_r y_{ro} = 1; \sum_{r=1}^m u_r y_{rj} \geq \sum_{i=1}^n v_i x_{ij}; \quad u_r, v_i \geq \varepsilon.$$

Os resultados obtidos em (2) e (3) devem ser análogos. Apenas as eficientes com  $H=1$  em (2) alcançarão, em (3),  $\phi=1$ . As ineficientes apresentarão  $\phi>1$ , inverso ao modelo (2) ( $\phi=1/H$ ). Assim, se  $H_o$  em (2) for 0,8, em (3) o resultado será  $\phi_o=1,25=1/0,8$ . Isso indica que a unidade  $o$  deverá aumentar os *outputs* de forma proporcional (radial) em 25% (1,25-1) ou reduzir os *inputs* em 20% (1-0,8) para ser eficiente.

Inicialmente, o modelo DEA proposto por Charnes *et al.* (1978) foi desenhado para uma análise da eficiência produtiva com retornos constantes de escala. Posteriormente, foi estendido por Banker, Charnes e Cooper (1984) de modo a incluir a hipótese de retornos variáveis de escala - RVE (quando não se assume proporcionalidade entre *inputs* e *outputs*), passando a ser chamado de BCC, em homenagem a seus criadores. A única diferença entre os modelos CCR e BCC é o fator escala, que aparece apenas no modelo BCC. Assim, o índice do modelo CCR, chamado de eficiência técnica global ou eficiência produtiva (EP), capta a ineficiência técnica quando não se alcança a máxima produtividade, mas também incorpora o possível efeito de um inadequado porte de produção. Ou seja, EP pode ser de origem tanto pura quanto de escala, sendo que, para uma unidade ser CCR eficiente, ela precisa ter eficiência técnica pura (ET) e de escala (EE). O modelo BCC, com a introdução do fator escala, permite isolar a parte da ineficiência produtiva oriunda da ineficiência técnica no sentido estrito (ET), eliminando o componente ineficiente proveniente de um porte de produção inadequado. A distância existente entre as fronteiras eficientes CCR=EP e BCC=ET identifica a ineficiência de escala:  $EE=EP/ET$ , dada quando não se atinge o tamanho ideal no fornecimento de serviços.

A Equação (4) mostra o problema de programação linear para o modelo BCC-OO, orientado aos produtos, e a (5) apresenta o modelo BCC-IO, orientado aos insumos.

$$\text{Min } B_o = \sum_{i=1}^n v_i x_{io} + k. \quad \text{S. a. } \sum_{r=1}^m u_r y_{ro} = 1; \sum_{i=1}^n v_i x_{ij} + k - \sum_{r=1}^m u_r y_{rj} \geq 0;$$

$$u_r, v_i \geq 0; k - \text{irrestrito}; i = 1, \dots, m; r = 1 \dots n; j = 1, \dots, N \quad (4)$$

$$\text{Max } w_o = \sum_{r=1}^m u_r y_{ro} + k. \quad \text{S. a. } \sum_{i=1}^n v_i x_{io} = 1; \sum_{r=1}^m u_r y_{rj} + k - \sum_{i=1}^n v_i x_{ij} \leq 0;$$

$$u_r, v_i \geq 0; k - \text{irrestrito}. r = 1, \dots, m; i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, N. \quad (5)$$



Outros aperfeiçoamentos e desenvolvimentos teóricos dos modelos DEA clássicos vêm sendo realizados ao longo dos anos. Uma importante compilação bibliográfica sobre as novas formulações do DEA e suas aplicações empíricas é dada por Cook e Seiford (2009).

### **Análise dinâmica: índice de produtividade de Malmquist e Cadeias de Markov**

A análise dos índices de eficiência com o DEA é estática, uma vez que se utilizam variáveis e se comparam unidades em um período dado. A introdução de uma dimensão temporal permite criar um modelo dinâmico, deslocando a questão central do DEA para outros problemas de grande importância, como: (a) a evolução da produtividade de cada unidade relativamente à evolução do conjunto de unidades avaliadas; (b) a decomposição do índice de produtividade em termos de mudanças tecnológicas, eficiência técnica pura e de escala; (c) a natureza da trajetória temporal (com ou sem flutuações, com tendência a convergir ou divergir).

Para avaliar a evolução da produtividade, quatro números-índices são frequentemente utilizados: o índice geométrico de Divisia, o índice Fisher, o índice de Törnqvist e o índice de produtividade de Malmquist (IPM). Os três primeiros estão associados ao uso de preços de mercado e ao método paramétrico. Já o IPM é normalmente utilizado pelo método não paramétrico, embora técnicas paramétricas também possam empregá-lo (Marinho & Barreto, 2000).

O nome do índice de Malmquist deve-se a Sten Malmquist (1953), que construiu um índice de quantidade utilizando funções de distância dentro do contexto da teoria do consumidor. Posteriormente, Caves, Christensen e Diewert (1982) inseriram esse índice no contexto da teoria da produção e definiram o IPM orientado aos *inputs* e aos *outputs*, sem relacioná-lo, porém, com o índice de Farrell. Färe, Grosskopf, Lindgren e Roos (1992) foram os primeiros a combinar o DEA e o IPM.

Para uma unidade qualquer de um grupo de organizações homogêneas que produz o vetor  $y^t$  utilizando o vetor insumo  $x^t$  e a tecnologia  $CPP^t$ , em um particular período de tempo  $t$ , Caves *et al.* (1982) definem o IPM como o quociente entre as funções distância da unidade em dois períodos diferentes ( $t$  e  $t+1$ ), tomando como referência a tecnologia (fronteira) do período  $t$ . Considerando a tecnologia sobrescrita e a orientação subscrita, os IPMs orientados aos *inputs* e aos *outputs* são respectivamente:

$$IPM_i^t(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = [D_i^t(x^{t+1}, y^{t+1})]/[D_i^t(x^t, y^t)] \quad (6)$$

$$IPM_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = [D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})]/[D_o^t(x^t, y^t)] \quad (7)$$

As Equações (6) e (7) expressam a evolução da eficiência da unidade avaliada do período  $t$  para  $t+1$  em relação à melhor prática do período  $t$ . Visto que se toma como referência a mesma fronteira eficiente, o IPM mostra o desempenho da produtividade total dos fatores (PTF).

Como  $IPM^t \geq 1$  - como o índice deve ser maior, igual ou menor que um ( $IPM^t \geq 1$ ) - tem-se que: (a) valores superiores a um indicam que a PTF do período  $t+1$  melhorou em relação ao período  $t$ , pois existe uma redução da distância entre a produção observada e o produto potencial em  $t$ ; (b) valores unitários mostram que a distância se mantém constante entre  $t$  e  $t+1$ ; e (c) valores inferiores a um indicam que a PTF piorou.

Também é possível calcular o IPM tomando-se como referência a tecnologia do período  $t+1$ , que pode deslocar-se para cima com o tempo devido às inovações técnicas e organizacionais, ou seja, ao progresso tecnológico. Calculado dessa maneira, o índice não necessariamente será igual ao anterior. Na tentativa de se superar essa divergência e seguindo o princípio do índice ideal de Fisher, o IPM é definido como a média geométrica entre  $IPM^t$  e  $IPM^{t+1}$ , ou melhor,

$$IPM_i^{t,t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = [IPM_i^t(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) * IPM_i^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t)]^{1/2} =$$

$$= \left[ \frac{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^t(x^t, y^t)} \right] * \left[ \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2} \quad (8)$$

$$IPM_o^{t,t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = [IPM_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) * IPM_o^{t+1}(x^{t+1}, y^t, x^t, y^t)]^{1/2} =$$

$$= \left[ \frac{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^t(x^t, y^t)} \right] * \left[ \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2} \quad (9)$$

Nota-se que o cálculo do IPM envolve quatro funções distância. Considerando-se que a função distância é igual ao recíproco do índice de eficiência de Farrell calculado pelo DEA, as funções distância orientadas aos *outputs* podem ser representadas como:  $[D_o^t(x^t, y^t)]^{-1} = EP_t^t$ ,  $[D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})]^{-1} = EP_{t+1}^t$ ,  $[D_o^{t+1}(x^t, y^t)]^{-1} = EP_t^{t+1}$  e  $[D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})]^{-1} = EP_{t+1}^{t+1}$ , em que  $EP_t^t$  é a eficiência produtiva no período subscrito com respeito à fronteira eficiente do período sobrescrito.

Assim, a partir de (9), deduz-se (10) (a definição da orientação aos *inputs* é afim).

$$IPM_o^{t,t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = \left[ \frac{EP_t^t}{EP_{t+1}^t} * \frac{EP_{t+1}^{t+1}}{EP_t^{t+1}} \right]^{1/2} \quad (10)$$

Färe *et al.* (1992), fazendo a seguinte manipulação, chegaram à Equação (11):

$$IPM_o^{t,t+1}(\cdot) = \left[ \frac{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^t(x^t, y^t)} \frac{D_o^t(x^t, y^t)}{D_o^t(x^t, y^t)} * \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^t, y^t)} \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right]^{1/2}$$

$$= \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^t(x^t, y^t)} \left[ \frac{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \frac{D_o^t(x^t, y^t)}{D_o^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2} \quad (11)$$

A Equação (11), expressa em termos de eficiência produtiva, pode ser definida como:

$$IPM_o^{t,t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = \frac{EP_t^t}{EP_{t+1}^{t+1}} \left[ \frac{EP_{t+1}^{t+1}}{EP_t^{t+1}} * \frac{EP_t^{t+1}}{EP_t^t} \right]^{1/2} \quad (12)$$

Dessa forma, o IPM, diferentemente dos outros índices, permite que se separe a evolução da eficiência produtiva dos deslocamentos da fronteira. Os primeiros quocientes do lado direito de (11) e (12)  $\left( \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^t(x^t, y^t)} = \frac{EP_t^t}{EP_{t+1}^{t+1}} \right)$  medem o quão distante a unidade avaliada encontra-se da fronteira eficiente entre os períodos  $t$  e  $t+1$ , captando a evolução da eficiência produtiva, efeito chamado de *catching-up*. Consideram a capacidade individual da unidade analisada de gerir a incorporação do progresso técnico e organizacional ao processo produtivo, podendo ser menor, igual ou maior em função da queda, manutenção ou melhoria na eficiência produtiva respectivamente. Já os segundos quocientes de (11) e (12) captam o deslocamento médio geométrico da fronteira tecnológica entre os dois períodos avaliados em relação ao nível de *inputs*  $x^t$  e  $x^{t+1}$ . Representam a mudança tecnológica (técnica e organizacional). Se o deslocamento for maior que um, indicará progresso resultante da inovação no setor e, se menor, retrocesso.

Por conseguinte, o desempenho da PTF deve ser influenciado pelas mudanças da eficiência produtiva (ME) e pelas mudanças tecnológicas (MT). Ambos podem evoluir em sentidos opostos, um invalidando o desempenho do outro; ou agir no mesmo sentido, um somando-se ao outro.

Essa decomposição do IPM ainda pode ser estendida ao se incluir retornos variáveis de escala (RVE) com o modelo BCC. De acordo com o estabelecido acima, o resultado dessa extensão é a decomposição da mudança da eficiência produtiva (ME) em mudança da eficiência técnica pura (MET) e mudança de eficiência de escala (MEE). Ou seja, segundo Färe, Grosskopf, Norris e Zhang (1994):

$$ME = \frac{EP_t^t}{EP_{t+1}^{t+1}} = \frac{ET_t^t}{ET_{t+1}^{t+1}} \frac{EE_t^t}{EE_{t+1}^{t+1}} \quad (13)$$



onde:

- $MET = \frac{ET_t^t}{ET_{t+1}^{t+1}}$  representa a relação das funções distância avaliada em uma tecnologia sob RVE.  $MET \leq 1$  em função da redução, estagnação ou incremento da eficiência técnica pura entre os períodos  $t$  e  $t+1$ .
- $MEE = \frac{EE_t^t}{EE_{t+1}^{t+1}} = \frac{EP_t^t}{EP_{t+1}^{t+1}} \frac{EP_{t+1}^{t+1}}{EP_t^t}$  expressa as mudanças de escala de operações em relação ao tamanho ótimo. Portanto,  $MEE > 1$  significa que a unidade avaliada está mais perto da escala de produção ótima no período  $t+1$  e mais longe se  $MEE < 1$ .

Conseqüentemente, a versão completa do IPM é dada por:

$$IPM_o^{t,t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = \frac{ET_t^t}{ET_{t+1}^{t+1}} \frac{EE_t^t}{EE_{t+1}^{t+1}} \left[ \frac{EP_{t+1}^{t+1}}{EP_t^t} * \frac{EP_t^{t+1}}{EP_t^t} \right]^{1/2} = ME * MT = MET * MEE * MT \quad (14)$$

Com essa decomposição, pode-se determinar que componente (MET, MEE e MT) constitui a principal fonte de crescimento ou retrocesso da PTF.

A outra questão que emana da análise dinâmica é o teste convergência versus divergência, ou seja, verificar se o progresso na eficiência é capaz de reduzir as diferenças entre as unidades eficientes e as ineficientes, logo, se o hiato entre as melhores e as piores práticas está ou não sendo minimizado no tempo.

As pesquisas sobre disparidades e convergências de indicadores entre países e regiões têm ocupado um amplo espaço na literatura dos últimos anos. Aqui, destaca-se a de Barro e Sala-I-Martin (1991, 1992 e 1995), que trabalharam com dois tipos de convergência: a convergência sigma ( $\sigma$ ) e a convergência beta ( $\beta$ ), sendo que esta última pode ser absoluta (incondicional) ou condicional.

A convergência sigma é testada por meio da dispersão do indicador de desempenho das unidades analisadas, de tal forma que, se a dispersão se reduz ao longo do tempo, conclui-se que existe convergência.

A convergência beta é examinada por meio de uma regressão do tipo *cross-section*, utilizando-se como variável dependente a taxa de crescimento do indicador para o período de análise e o nível inicial desse indicador como variável explicativa. Nessa regressão, um coeficiente negativo e estatisticamente significativo indica que regiões de menor desempenho crescem, em média, mais rapidamente que as regiões de maior desempenho: uma evidência a favor da hipótese de convergência  $\beta$ . Ela responde (no caso, do índice de eficiência dos municípios selecionados) se uma situação de ineficiência relativa em um momento dado tende a melhorar no tempo, isto é, se as regiões que partem de posições ineficientes têm índices de produtividade mais elevados do que as mais eficientes, tendendo a atingir as melhores práticas.  $\beta$  é absoluta quando o indicador das regiões converge para um único estado estacionário, independentemente de suas condições iniciais. É condicional quando existem vários equilíbrios estáveis de longo prazo em função dos pontos de partida e das características estruturais das diferentes regiões.

Apesar do grande número de pesquisas aplicadas para países e regiões, essas metodologias são alvo de críticas em relação tanto aos seus fundamentos teóricos quanto aos seus resultados empíricos (Friedman, 1992; Quah, 1993a). Para esses autores, os resultados desses estudos podem ter sido influenciados pela Falácia de Galton. Por isso, Quah (1993b) recomenda o uso de Cadeia de Markov.

A vantagem da utilização da Cadeia de Markov é que ela formula uma lei de movimento estocástico para toda a distribuição dos estados (classes de eficiência) com base nos períodos em análise. Essa dinâmica de transição interclasses permite verificar a evolução da posição relativa das

regiões dentro da distribuição regional da eficiência, se está ou não ocorrendo convergência absoluta, qual o tempo necessário para alcançá-la e se há formação, ou não, de clubes de convergência.

Fochezatto e Stülp (2008), Laurini, Andrade e Pereira (2003), Mossi, Aroca, Fernández e Azzoni (2003) e Pôrto e Ribeiro (2003) são exemplos de trabalhos que aplicaram Cadeia de Markov para analisar a evolução das disparidades regionais do Brasil, em vários estados e diferentes setores da economia.

Nesses estudos, foi utilizada a Cadeia de Markov de primeira ordem, que requer duas distribuições da variável de interesse: uma referente ao início e outra ao final do período considerado no estudo. Vale destacar que o uso de cadeias de Markov de ordem superior é de grande importância, pois, o desempenho da eficiência das unidades analisadas pode ser condicionalmente dependente da sequência de estados de eficiência de vários anos anteriores. Neste trabalho, é utilizado um processo de Markov de segunda ordem.

Ao se aplicar Cadeia de Markov em tempo discreto, é preciso inicialmente fazer a ponderação dos índices de eficiência em relação à média amostral, considerada igual a um, tanto do período inicial (formado pelos dois primeiros anos estudados) como do final. Isso permite a classificação das unidades analisadas em termos de sua posição relativa à média, sendo que cada classe (ou estado de eficiência) deve apresentar a mesma amplitude ( $h$ ) nos dois períodos.

Como mostram Fochezatto e Stülp (2008), não há uma regra única para determinar a amplitude de classes, apenas critérios práticos. Um deles é dado pela Equação (15), sendo adequado mesmo quando as variáveis não seguem uma distribuição normal

$$h=2,72sn^{-1/3} \quad (15)$$

em que  $s$  é o desvio-padrão dos dados e  $n$  é o número de observações.

Por exemplo, os municípios da rede de ensino podem caracterizar-se inicialmente como eficientes (E), ineficientes (I) ou muito ineficientes (M) em relação à média: três estados exaustivos e mutuamente excludentes. Entretanto, essa classificação pode-se transformar em um processo de Markov de segunda ordem, definindo o conjunto de estados  $x$  no período inicial  $t$ , como se segue:

$$x_t = \left\{ \begin{array}{l} \text{Estado EE} - \text{O município está na classe E tanto neste ano como no anterior.} \\ \text{Estado EI} - \text{O município está na classe I neste ano e na classe E no ano anterior.} \\ \text{Estado EM} - \text{O município está na classe M neste ano e na classe E no ano anterior.} \\ \text{Estado IE} - \text{O município está na classe E neste ano e na classe I no ano anterior.} \\ \text{Estado II} - \text{O município está na classe I tanto neste ano como no anterior.} \\ \text{Estado IM} - \text{O município está na classe M neste ano e na classe I no ano anterior.} \\ \text{Estado ME} - \text{O município está na classe E neste ano e na classe M no ano anterior.} \\ \text{Estado MI} - \text{O município está na classe I neste ano e na classe M no ano anterior.} \\ \text{Estado MM} - \text{O município está na classe M tanto neste ano como no anterior.} \end{array} \right\} \quad (16)$$

Com esse agrupamento, determinam-se, de modo empírico, quais são as transições dos municípios entre essas classes no próximo período, constituindo-se, desse modo, uma matriz de probabilidades de transição, denominada matriz de Markov ( $M$ ). Os elementos da matriz representam as probabilidades condicionais de se estar em um estado futuro ( $j$ ) dado o estado atual ( $i$ ). Assim,  $P_{ij} = P(\text{EE/IE})$  representa a probabilidade de que o estado atual seja eficiente, dado que os dois anos anteriores tenham sido, sequencialmente, ineficiente e eficiente. Por definição, as probabilidades são fixas e independentes ao longo do tempo, sendo que  $\sum_j P_{ij} = 1$ .

Dada a Matriz de Markov, a distribuição de frequência dos estados de eficiência no tempo  $t+1$  é calculada através de um sistema de equações de diferenças, descrito por (17):

$$x_{t+1}^T = x_t^T * M \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} EE_{t+1} \\ EI_{t+1} \\ EM_{t+1} \\ IE_{t+1} \\ II_{t+1} \\ IM_{t+1} \\ ME_{t+1} \\ MI_{t+1} \\ MM_{t+1} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} EE_t \\ EI_t \\ EM_t \\ IE_t \\ II_t \\ IM_t \\ ME_t \\ MI_t \\ MM_t \end{bmatrix}^T * \begin{bmatrix} P_{\langle EE|EE \rangle} & P_{\langle EI|EE \rangle} & P_{\langle EM|EE \rangle} & P_{\langle IE|EE \rangle} & P_{\langle II|EE \rangle} & P_{\langle IM|EE \rangle} & P_{\langle ME|EE \rangle} & P_{\langle MI|EE \rangle} & P_{\langle MM|EE \rangle} \\ P_{\langle EE|EI \rangle} & P_{\langle EI|EI \rangle} & P_{\langle EM|EI \rangle} & P_{\langle IE|EI \rangle} & P_{\langle II|EI \rangle} & P_{\langle IM|EI \rangle} & P_{\langle ME|EI \rangle} & P_{\langle MI|EI \rangle} & P_{\langle MM|EI \rangle} \\ P_{\langle EE|EM \rangle} & P_{\langle EI|EM \rangle} & P_{\langle EM|EM \rangle} & P_{\langle IE|EM \rangle} & P_{\langle II|EM \rangle} & P_{\langle IM|EM \rangle} & P_{\langle ME|EM \rangle} & P_{\langle MI|EM \rangle} & P_{\langle MM|EM \rangle} \\ P_{\langle EE|IE \rangle} & P_{\langle EI|IE \rangle} & P_{\langle EM|IE \rangle} & P_{\langle IE|IE \rangle} & P_{\langle II|IE \rangle} & P_{\langle IM|IE \rangle} & P_{\langle ME|IE \rangle} & P_{\langle MI|IE \rangle} & P_{\langle MM|IE \rangle} \\ P_{\langle EE|II \rangle} & P_{\langle EI|II \rangle} & P_{\langle EM|II \rangle} & P_{\langle IE|II \rangle} & P_{\langle II|II \rangle} & P_{\langle IM|II \rangle} & P_{\langle ME|II \rangle} & P_{\langle MI|II \rangle} & P_{\langle MM|II \rangle} \\ P_{\langle EE|IM \rangle} & P_{\langle EI|IM \rangle} & P_{\langle EM|IM \rangle} & P_{\langle IE|IM \rangle} & P_{\langle II|IM \rangle} & P_{\langle IM|IM \rangle} & P_{\langle ME|IM \rangle} & P_{\langle MI|IM \rangle} & P_{\langle MM|IM \rangle} \\ P_{\langle EE|ME \rangle} & P_{\langle EI|ME \rangle} & P_{\langle EM|ME \rangle} & P_{\langle IE|ME \rangle} & P_{\langle II|ME \rangle} & P_{\langle IM|ME \rangle} & P_{\langle ME|ME \rangle} & P_{\langle MI|ME \rangle} & P_{\langle MM|ME \rangle} \\ P_{\langle EE|MI \rangle} & P_{\langle EI|MI \rangle} & P_{\langle EM|MI \rangle} & P_{\langle IE|MI \rangle} & P_{\langle II|MI \rangle} & P_{\langle IM|MI \rangle} & P_{\langle ME|MI \rangle} & P_{\langle MI|MI \rangle} & P_{\langle MM|MI \rangle} \\ P_{\langle EE|MM \rangle} & P_{\langle EI|MM \rangle} & P_{\langle EM|MM \rangle} & P_{\langle IE|MM \rangle} & P_{\langle II|MM \rangle} & P_{\langle IM|MM \rangle} & P_{\langle ME|MM \rangle} & P_{\langle MI|MM \rangle} & P_{\langle MM|MM \rangle} \end{bmatrix}$$

A solução desse sistema de equações (através dos autovalores e autovetores da matriz) permite projetar a distribuição de probabilidade para  $n$  períodos futuros ( $\mathbf{x}_{t+n}^T = \mathbf{x}_t^T * M^n$ ), determinar as probabilidades de estado no equilíbrio (estado estacionário) quando  $n \rightarrow \infty$ , assim como calcular a velocidade com que essa estabilização é alcançada.

## Parâmetros do Modelo

Este estudo sobre a produtividade escolar e a eficiência dos gastos públicos nas redes municipais de ensino exige, inicialmente, a definição de um modelo conceitual que permita explicar seu funcionamento. Assim, a educação é contemplada como qualquer outra função de natureza produtiva, representada pela relação técnica entre um conjunto de fatores produtivos (*inputs*) que se combinam adequadamente para obter certos resultados (*outputs*).

Os *inputs* considerados foram os gastos municipais em educação com: (a) recursos humanos -  $I_1$ , definidos como as despesas com pessoal ativo e encargos sociais; (b) outras despesas correntes -  $I_2$ , entendidas como as despesas com a manutenção e o funcionamento da rede escolar; e (c) investimentos -  $I_3$ , caracterizados como os desembolsos de capital destinados ao planejamento, à execução de obras públicas e à aquisição de instalações, equipamento e material permanente. Esses dados foram obtidos nos Relatórios Municipais do Sistema de Informações sobre Orçamentos Públicos em Educação (SIOPE, 2010).

Os *outputs* das redes municipais selecionados foram cinco: (a) taxa de aprovação na 4ª série -  $O_1$ ; (b) taxa de aprovação na 8ª série -  $O_2$ ; (c) nota média padronizada em Português e Matemática da Prova Brasil na 4ª série -  $O_3$ ; (d) nota média padronizada em Português e Matemática da Prova Brasil na 8ª série -  $O_4$ ; e (e) número de matrículas na educação infantil, especial, de jovens e adultos e convencional, no ensino fundamental -  $O_5$ . Os dois primeiros *outputs* mensuram a natureza qualitativa e evidenciam os níveis de reprovação e abandono escolar; os demais, os aspectos quantitativos. As informações foram obtidas na página web do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2012a, 2012b). Nos poucos casos em que houve ausência de algum dado, foi utilizada a média da rede pública.

Os valores dos *inputs* e *outputs* correspondem aos últimos anos disponíveis, 2005, 2007 e 2009, e contemplam a grande maioria dos 246 municípios goianos existentes, como se pode observar na Tabela 1. Esses valores indicam que tanto os gastos públicos municipais em educação quanto os resultados escolares avançaram expressivamente.

Tabela 1

**Estatística Descritiva das Variáveis no Período de Estudo**

	<b>I<sub>1</sub></b>	<b>I<sub>2</sub></b>	<b>I<sub>3</sub></b>	<b>O<sub>1</sub></b>	<b>O<sub>2</sub></b>	<b>O<sub>3</sub></b>	<b>O<sub>4</sub></b>	<b>O<sub>5</sub></b>
<i>2005 municípios</i>	211	211	211	211	119	211	119	211
Média	3264499	1396264	182659	0,86	0,81	4,54	4,35	2805
Desvio padrão	14887527	2298957	491419	0,08	0,08	0,39	0,36	7854
Mínimo	11517	34435	0	0,54	0,43	3,22	3,48	58
Máximo	208810783	22666528	4158031	1,00	0,96	5,80	5,58	97700
Soma	688809314	294611851	38541184					591938
<i>2007 municípios</i>	235	235	235	235	136	235	136	235
Média	4028720	1835456	235623	0,90	0,85	4,64	4,43	2506
Desvio padrão	15407450	3578798	763894	0,06	0,08	0,45	0,43	7176
Mínimo	72000	99521	0	0,71	0,58	3,54	3,31	59
Máximo	215600493	44780626	9081293	1,00	0,99	6,75	5,88	92227
Soma	946749349	431332336	55371445					589017
<i>2009 municípios</i>	231	231	231	231	142	231	142	231
Média	5644510	2051289	419242	0,90	0,84	5,18	4,60	2667
Desvio padrão	22628254	4263400	1427226	0,06	0,08	0,51	0,43	7350
Mínimo	267420	340700	0	0,70	0,56	3,87	3,45	84
Máximo	326020586	56419231	16245968	1,00	1,00	7,21	5,87	92686
Soma	1303881945	473847952	96844986					615983

**Resultados**

A partir da Equação (14) e dos dados obtidos, determinaram-se os índices de variação da eficiência produtiva (ME), pura (MET), de escala (MEE), de mudanças tecnológicas (MT) e de produtividade de Malmquist (IPM), encontrados resumidamente na Tabela 2. Aqui, os valores inferiores à unidade indicam a queda, ou seja, a variação negativa; os superiores a um correspondem ao crescimento; os iguais a um mostram que não houve mudanças.

A média geométrica agregada do IPM dos municípios no período 2005-2007 indica uma elevação de 19,2% da produtividade, acompanhada pelo incremento geral dos gastos municipais em educação de 40%. Esse crescimento do IPM se deu em razão da evolução positiva da tecnologia (42,9%), cujo efeito foi amortecido pela evolução negativa da eficiência técnica pura (-2%) e de escala (-15%).

De acordo com os resultados e a distribuição espacial dos índices de produtividade de Malmquist (IPM) no período 2005-2007, observada na Figura 1, a maioria dos municípios apresentou progresso nesse índice, mas percebe-se uma grande dispersão, apesar de as redes de ensino serem idênticas em suas características estruturais. Apenas 14 municípios (6,5% do total) apresentaram taxas de crescimento negativas, sendo Piracanjuba e Aruanã os municípios com maiores problemas. O município mais produtivo na geração de desenvolvimento escolar (IPM) foi Nova Crixás, o que é explicado pelo maior progresso no índice de mudança tecnológica. Os municípios com maiores índices

de mudanças da eficiência foram Santa Isabel e Três Ranchos. Outra observação interessante nesse período, conforme resultados na Tabela 2, é que o índice de mudanças da eficiência sugere que o efeito *catching-up* (a incorporação do progresso técnico e organizacional ao processo) poderia ser maior para um grande número de municípios goianos (165).

Tabela 2

**Estatística Descritiva dos Índices**

		<b>Índice de produtividade de Malmquist</b>	<b>Mudança tecnológica</b>	<b>Mudança da eficiência produtiva</b>	<b>Mudança da eficiência técnica pura</b>	<b>Mudança da eficiência de escala</b>
Período	Média geométrica	1,19	1,43	0,83	0,98	0,85
2005- 2007	Média	1,226	1,628	0,907	1,025	0,953
	Desvio padrão	0,489	1,682	0,602	0,493	0,870
	Mínimo	0,795	0,181	0,082	0,062	0,136
	Máximo	7,298	20,909	8,532	8,025	10,057
	Período	Média geométrica	1,92	1,27	1,51	1,02
2007- 2009	Média	1,988	1,437	1,688	1,110	1,639
	Desvio padrão	0,527	1,310	1,054	0,932	0,973
	Mínimo	0,946	0,166	0,163	0,056	0,323
	Máximo	4,724	15,680	11,770	11,029	10,592

No que se refere ao período 2007-2009, nota-se um crescimento de 92% na média geométrica agregada do IPM das unidades analisadas, acompanhada por um incremento geral dos gastos municipais em educação de 30%. O progresso do IPM apresenta-se em razão da variação positiva dos índices de eficiência produtiva (50,57%) e das inovações tecnológicas (27,5%). A distribuição espacial dos IPMs da Figura 2 evidencia que a maioria dos municípios mostrou progresso nesse índice e destaca que existe ainda uma heterogeneidade muito grande. O único município com queda de produtividade é Moiporá. O município mais produtivo na geração de desenvolvimento escolar (IPM) foi Cumari, o de maior progresso no índice de mudança tecnológica foi Professor Jamil e os municípios com maiores índices de mudanças da eficiência foram Nova América e Niquelândia.

O ganho de produtividade observado pode estar associado à divulgação dos dados dos municípios e das avaliações externas, à busca de melhores resultados e à clara transferência e difusão das tecnologias educacionais. Como argumentam Oshiro e Scorzafave (2011), a divulgação funciona como uma forma de responsabilizar as escolas e seus funcionários pelo desempenho dos alunos, gera pressão por parte dos pais e da comunidade como um todo e, dessa forma, cria incentivos para melhoria. Mas a descentralização fiscal e administrativa que os municípios brasileiros possuem possibilita que alguns sejam mais eficientes que outros na alocação dos recursos, entendendo melhor as necessidades específicas de sua região, adotando as melhores práticas e realizando experimentos e inovações na provisão de melhores serviços públicos. Nesse contexto, os governos locais podem agir como empresas em mercados competitivos.

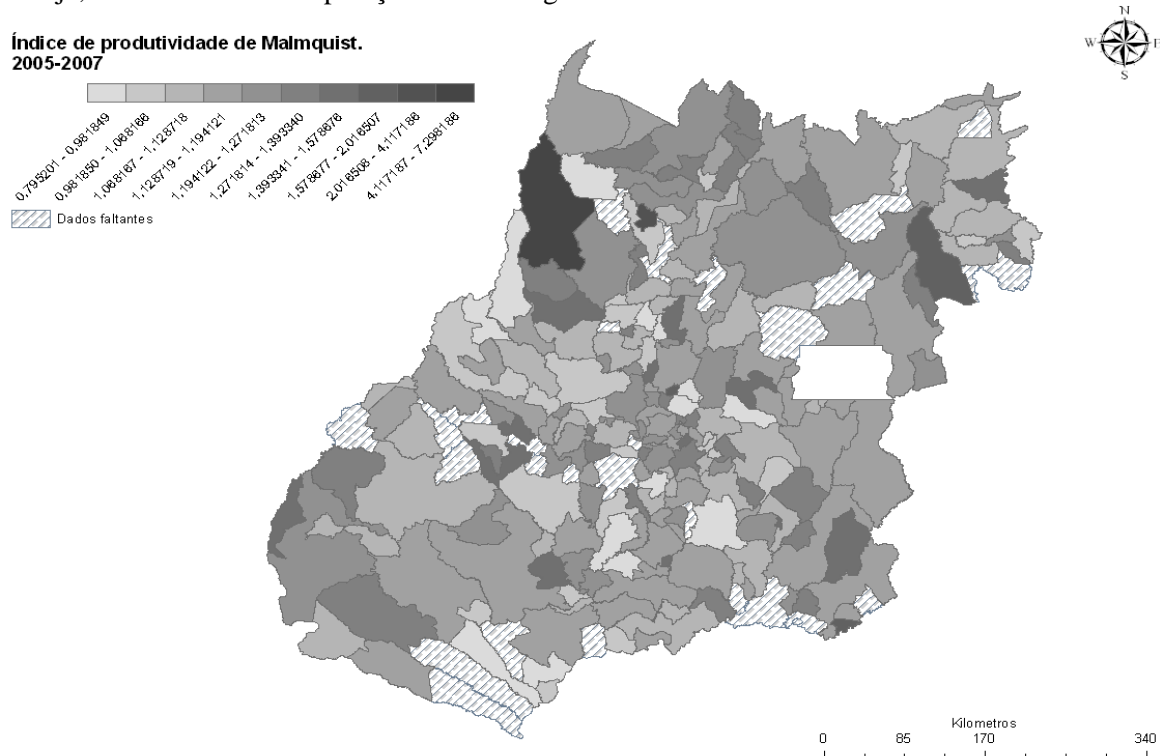
Porém, o relacionamento entre as redes de ensino não cria fortes barreiras que eventualmente pudessem dificultar a troca de experiências. Um exemplo disto é o Projeto Emergencial de Licenciatura Plena Parcelada (LPP) que (atendendo à determinação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação [LDBEN], que trata da necessidade de capacitação, em nível superior, dos docentes da educação básica até o ano de 2006) foi executado desde 1999 pela Universidade Estadual de Goiás (UEG) em parceria com a Secretaria de Estado da Educação, a Associação Goiana dos Municípios – AGM e sindicatos de professores. Segundo dados do site da Universidade Estadual de Goiás (UEG,

n.d.), os cursos da LPP atenderam a mais de 25.150 professores-alunos de 240 municípios do Estado, e devem explicar o forte ganho de produtividade observado.

Para testar a hipótese de tendências de convergência ou divergência, foram considerados 209 municípios. Não entraram aqueles onde a falta de dados inviabilizou o cálculo dos três índices de eficiência DEA e foram eliminados os que obtiveram índices muito baixos - considerados *outliers*.

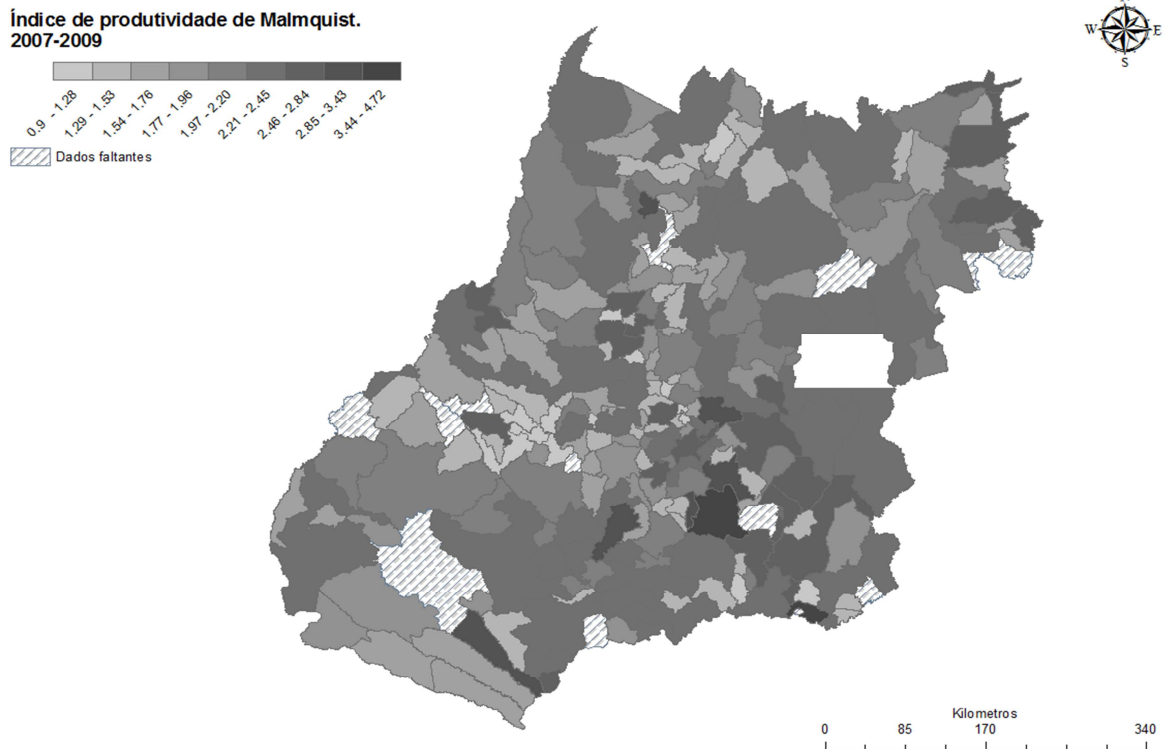
Esse procedimento permitiu, a partir da Equação (15), encontrar um valor médio de  $h=0,02$  para os três anos e construir nove classes, conforme o conjunto de estados (16). A classificação em torno da média considerou os três níveis de eficiência: (a) abaixo de 0,9 da média (equivalente a  $ET=0,87$ ) - município muito ineficiente (M); (b) entre 0,9 e 0,97 (equivalente a  $ET=0,93$ ) - ineficiente (I); e (c) acima de 0,97 - eficiente E.

A Figura 3 destaca os municípios de acordo com o estrato de eficiência ao qual faziam parte no período 2005-07 (distribuição inicial). A partir desse mapa, os municípios com maiores problemas foram Maurilândia, Simolândia e Teresina de Goiás, que ficaram dentro do estado mais ineficiente. O mapa mostra também que não existe uma estrutura espacial bem definida com centro(s) e periferia(s), ou seja, não há uma clara separação entre as regiões eficientes e ineficientes.

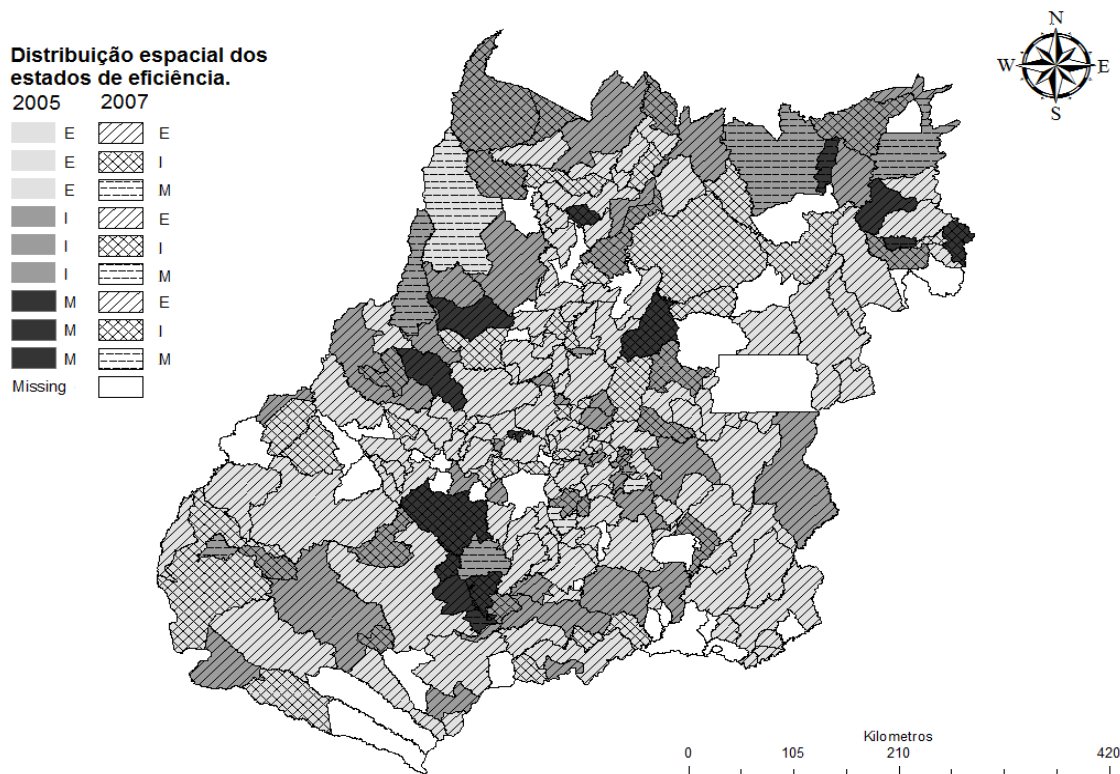


**Figura 1.** Distribuição Espacial dos IPMs do Período 2005-07.





**Figura 2.** Distribuição Espacial dos IPMs do Período 2007-2009.



**Figura 3.** Distribuição Espacial dos Municípios de acordo com o Estrato de Eficiência ao qual Faziam Parte no Período 2005-07.

As probabilidades de transição entre os nove estados-classes são proporcionadas pelos elementos da matriz de Markov encontrada na Tabela 3. A matriz mostra que não existem estados absorventes, ou seja, não há certeza, em nenhuma das classes, de permanência no estado atual no período seguinte ( $P_{jj} \neq 1$ ). A maior probabilidade é dada pelo elemento  $P_{11}=P_{EE/EE}= 89,5\%$ , que indica a chance de um município que estava na classe EE permanecer nessa classe e representa a melhor situação da matriz. O pior caso possível é  $P_{99}=P_{MM/MM}=33,3\%$ , advertindo sobre a existência de insuficientes oportunidades para que os municípios mais ineficientes melhorem suas posições relativas, com apenas 66,6% de chance de melhorar a situação no período seguinte.

Tabela 3

**Matriz de Transição da Eficiência dos Municípios Goianos**

		Estado do sistema no período seguinte								
		EE	EI	EM	IE	II	IM	ME	MI	MM
Estado do sistema no período atual	EE	0,8952	0,0952	0,0095	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	EI	0,0000	0,0000	0,0000	0,5517	0,4138	0,0345	0,0000	0,0000	0,0000
	EM	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,3333	0,6667
	IE	0,7813	0,1875	0,0313	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	II	0,0000	0,0000	0,0000	0,3684	0,4737	0,1579	0,0000	0,0000	0,0000
	IM	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,7143	0,1429	0,1429
	ME	0,6000	0,4000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	MI	0,0000	0,0000	0,0000	0,5000	0,5000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	MM	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,6667	0,3333

Na Tabela 4, encontram-se os valores da distribuição inicial dos dados e a solução do sistema para  $n=1, 2, \dots, 8$  períodos à frente, até chegar à probabilidade de estados em equilíbrio (*Steady state* -  $\pi$ ). Observa-se que a solução de equilíbrio confirma a existência de uma matriz de transição irreduzível, ou seja, o número inicial de estados foi mantido. Os estados de eficiência não formam classes (clubes) fechadas, todos eles são acessíveis e se comunicam. Portanto, em se manter a tendência observada no período analisado, a probabilidade de longo prazo de um município ocupar uma das nove categorias de eficiência é dada pelo vetor  $\pi$  - *steady state*. Esses resultados indicam não haver convergência dos sistemas municipais de educação para um padrão único de eficiência no longo prazo. Porém, é importante notar a aproximação e a redução das disparidades das redes, pois a maioria dos municípios (68,8%) converge para o estado EE. Ele é o único estado que cresceu (de 50,2 para 68,8), e isso se dá em razão da redução da participação dos municípios nos outros estados, o que deve estar refletindo o ganho de produtividade evidenciado na análise anterior. Indesejavelmente, MM foi o estado que sofreu a menor queda, expondo a necessidade por parte dos municípios de ações que possam interferir nessa tendência.

A Tabela 4 evidencia também que o número de períodos necessário para se chegar até o equilíbrio de longo prazo é de aproximadamente 8, equivalente a 16 anos. Outro resultado direto da solução do sistema de equações, dado na Tabela 4, é a determinação do número esperado de períodos

para retornar ao estado atual, chamado tempo médio de recorrência ( $1/\pi$ ). Assim, mesmo que os municípios do estrato EE tenham uma chance de 31,2% (100-68,8) de perder a eficiência, serão necessários aproximadamente 1,45 períodos ( $2*1,45=2,9$  anos) para que eles voltem ao estado EE, um tempo médio de recorrência baixo em relação aos outros estados.

Tabela 4

**Frequências Observadas e Estimadas dos Índices de Eficiência Técnica, Separados por Estrato, em Vários Períodos e *Steady State* - Tempo Médio de Recorrência**

Estado	Distribuição Inicial (2005-07) em %	Solução da equação em diferenças para vários períodos de dois anos em %									Tempo médio de recorrência = $1/\pi$
		1	2	3	4	5	6	7	8	<i>Steady State</i> ( $\pi$ )	
EE	50,2	58,4	63,4	65,4	66,8	67,6	68,1	68,4	68,6	68,8	1,45
EI	13,9	8,6	8,8	8,4	8,6	8,6	8,6	8,6	8,6	8,6	11,67
EM	1,4	1,0	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	109,06
IE	15,3	12,4	9,9	9,5	8,9	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	11,95
II	9,1	11,5	10,0	9,3	8,7	8,5	8,3	8,2	8,1	8,0	12,45
IM	3,3	1,9	2,1	1,9	1,8	1,7	1,6	1,6	1,6	1,6	63,94
ME	2,4	2,4	1,4	1,5	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	89,52
MI	2,9	1,9	1,9	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,4	73,33
MM	1,4	1,9	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	79,87

## Conclusões

Ao propor a utilização do Índice de Produtividade de Malmquist, combinado com o método Análise Envoltória de Dados, e da técnica de cadeias de Markov de segunda ordem para avaliar a evolução da eficiência e da produtividade dos gastos públicos municipais, este artigo contribui para o estado da arte no tema, em especial pelo fato de não ter sido encontrada referência na literatura de seu uso no caso do ensino brasileiro.

Os resultados do Índice de Produtividade de Malmquist permitiram identificar e mapear o desempenho das redes municipais de ensino, revelaram o progresso nos níveis de eficiência dos gastos municipais (de 19% no período 2005-07 e de 92% no período 2007-09), e determinaram suas causas (a variação da eficiência produtiva (ME) e as mudanças tecnológicas (MT)), reforçando a hipótese de que a qualidade do ensino observada é sensível aos investimentos em educação.

Essa avaliação mostra as possibilidades dos modelos utilizados no apoio à decisão, sobretudo na sugestão de diretrizes às redes municipais de ensino para planejamentos futuros. A identificação das melhores práticas, em especial daqueles municípios que se mantiveram eficientes nos três anos estudados e que realizaram inovações tecnológicas, pode ser útil na determinação de procedimentos de melhoria por órgãos de assistência técnica e de pesquisa aos demais municípios, especialmente aqueles que sofreram decréscimo no desempenho ao longo do tempo. Desenvolvimentos futuros devem focar a exploração dos perfis dos municípios de referência, já que estes garantiram, ao longo do tempo de estudo, a manutenção da eficiência.

Além disso, os resultados dessa parte do estudo podem representar uma referência para o desenho de políticas de transferências baseadas em critérios técnicos que reflitam uma eficiente

alocação dos escassos recursos disponíveis. Um sistema que condicione recebimento de recursos e resultados se justifica pelo fato de que a maior alocação de recursos não garante melhores resultados se antes não se solucionar a ineficiência dos municípios, ou seja, maiores recursos para municípios ineficientes podem traduzir-se em maiores desperdícios. Como afirmado por Diaz (2007, p. 68), antes de elevar gastos é preciso identificar, com a devida precisão, quais aspectos devem ser alterados e, somente então, avaliar quais recursos seriam necessários para promover as transformações necessárias.

Os resultados do uso da técnica de cadeias de Markov mostraram não haver convergência dos sistemas municipais de ensino para um padrão único de eficiência no longo prazo. Esse fato pode ser explicado pela descentralização fiscal e administrativa que os municípios brasileiros possuem. Essa autonomia gera possibilidades de alguns serem mais eficientes que outros na alocação dos recursos, assimilando as melhores práticas e realizando experimentos e inovações na provisão de melhores serviços públicos.

Porém, é importante notar a aproximação e a redução das disparidades das redes, pois a maioria dos municípios (68,8%) tende para o estado mais eficiente (EE). Ele é o único estado que cresceu e isto se dá em razão da redução da participação dos municípios nos estados ineficientes. É admissível que essa tendência reflita o ganho de produtividade evidenciado na análise do IPM e rejeite as tendências de divergência. Portanto, constata-se que o hiato entre as melhores e as piores práticas de eficiência tem sido minimizado no tempo, e que as políticas de redistribuição de recursos por meio do Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação (Fundeb), as quais asseguram um mínimo de recursos financeiros por aluno, estão surtindo efeito.

Para reforçar as tendências de convergência, recomenda-se priorizar as estratégias dirigidas ao aumento da eficiência que eliminem as barreiras institucionais à transferência e à difusão das melhores tecnologias (educativas e organizacionais) nacionais. Essas estratégias podem gerar maiores resultados na produtividade e na qualidade de ensino que outras ações orientadas a fomentar a inovação tecnológica. Enquanto o custo da imitação da tecnologia existente for mais baixo que o custo de inovação, as unidades seguidoras podem aproximar-se das líderes, criando-se as condições para sustentar a convergência do desenvolvimento escolar.

Para finalizar, cabe destacar que alguns cuidados devem ser tomados na utilização dos resultados achados. Os métodos não paramétricos, como qualquer outra metodologia, possuem limitações. Assim, por ser uma técnica determinística e apresentar a eficiência de uma medida relativa às melhores práticas amostradas, o DEA é muito susceptível às observações. Sua análise está condicionada à amostra das unidades avaliada, às variáveis incluídas na pesquisa e ao princípio de que todos os demais fatores envolvidos são idênticos. O acréscimo ou exclusão de unidades e variáveis (*inputs* e *outputs*) pode afetar os resultados.

**Artigo recebido em 14.08.2012. Aprovado em 26.10.2012.**

## Referências

- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30(9), 1078-1092. doi: 10.1287/mnsc.30.9.1078
- Barro, R. J., & Sala-i-Martin, X. (1991). Convergence across states and regions. *Brookings Papers on Economic Activity*, (1), 107-182.
- Barro, R. J., & Sala-i-Martin, X. (1992). Convergence. *Journal of Political Economy*, 100(2), 223-251. doi: 10.1086/261816

- Barro, R. J., & Sala-i-Martin, X. (1995). *Economic growth theory*. Cambridge: MIT.
- Caves, D. W., Christensen, L. R., & Diewert, W. E. (1982). The economic theory of index numbers and the measurement of input, output, and productivity. *Econometrica*, 50(6), 1393-1414.
- Charnes, A., Cooper, W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency on decision marking units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444.
- Cook, W. D., & Seiford, L. M. (2009). Data envelopment analysis (DEA)-Thirty years on. *European Journal of Operational Research*, 192(1), 1-17. doi: 10.1016/j.ejor.2008.01.032
- Debreu, G. (1951). The coefficient of resource utilization. *Econometrica*, 19(3), 273-292.
- Delgado, V. M. S., & Machado, A. F. (2007). Eficiência das escolas públicas estaduais de Minas Gerais. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 37(3), 427-464.
- Diaz, M. D. M. (2007). Qualidade do gasto público em educação no Brasil. In Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas, *Qualidade do gasto público no Brasil: sugestões para melhorar os resultados das políticas públicas, sem aumento de impostos* [Relatório]. Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas, São Paulo. Recuperado de [http://www.etco.org.br/user\\_file/etco\\_FIPE%20relatorio-parcial-2611.pdf#50](http://www.etco.org.br/user_file/etco_FIPE%20relatorio-parcial-2611.pdf#50)
- Färe, R., Grosskopf, S., Försund, F. R., Hayes, K., & Heshmati, A. (2006). Measurement of productivity and quality in non-marketable services: with application to schools. *Quality Assurance in Education*, 14(1) 21-36. doi: 10.1108/09684880610643593
- Färe, R., Grosskopf, S., Lindgren, B., & Roos, P. (1992). Productivity changes in swedish pharmacies 1980-89: a nonparametric Malmquist approach. *Journal of Productivity Analysis*, 3(1-2), 85-101.
- Färe, R., Grosskopf, S., Norris, M., & Zhang, Z. (1994). Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries. *American Economic Review*, 84(1), 66-83.
- Faria, F. P., Jannuzzi, P. M. de, & Silva, S. J. da (2008). Eficiência dos gastos municipais em saúde e educação: uma investigação através da análise envoltória no estado do Rio de Janeiro. *Revista de Administração Pública*, 42(1), 155-177. Recuperado de <http://www.scielo.br/pdf/rap/v42n1/a08v42n1.pdf>. doi: 10.1590/S0034-76122008000100008
- Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, 120(3), 253-290.
- Fochezatto, A., & Stülpv, J. (2008). Análise da convergência da renda *per capita* municipal no Rio Grande do Sul, utilizando modelo de Markov - 1985-98. *Ensaio FEE*, 29(1), 41-64.
- Franco, A. M. P. (2008). *Os determinantes da qualidade da educação no Brasil* (Tese de doutorado). Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- Friedman, M. (1992). Do old fallacies ever die? *Journal of Economic Literature*, 30(4), 2129-2132.
- Gasparini, C. E., & Ramos, F. S. (2003). Efetividade e eficiência no ensino médio brasileiro. *Economia Aplicada*, 7(2), 389-411. doi: 10.1590/S0101-41612006000400006
- Hanushek, E. A. (1997). Assessing the effects of school resources on student performance: an update. *Education Evaluation and Policy Analysis*, 19(2), 141-164. doi: 10.2307/1164207
- Hanushek, E., & Luque, J. A. (2003). Efficiency and equity in schools around the World. *Economics of Education Review*, 22(5), 481-502. doi: 10.1016/S0272-7757(03)00038-4



- Hedges, L., Laine, R. D., & Greenwald, R. (1994). Does money matter? A meta-analysis of the effects of differential schools inputs on student outcomes. *Educational Researcher*, 23(3), 5-14. doi: 10.3102/0013189X023003005
- Hedges, L., Laine, R. D., & Greenwald, R. (1996). The effect of school resources on student achievement. *Review of Educational Research*, 66(3), 361-396. doi: 10.3102/00346543066003361
- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa. (2012a). *Ensino fundamental regular – anos iniciais. Taxa de aprovação, prova Brasil, IDEB e projeções por município e rede - 2005, 2007, 2009 e 2011*. Brasília, DF. Recuperado de <http://estaticog1.globo.com/2012/08/13/02AnosIniciaisMunicipios2011.xls>
- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa. (2012b). *Ensino fundamental regular – anos finais. Taxa de aprovação, prova Brasil, IDEB e projeções por município e rede - 2005, 2007, 2009 e 2011*. Brasília, DF. Recuperado de <http://estaticog1.globo.com/2012/08/13/03AnosFinaisMunicipios2011.xls>
- Laurini, M., Andrade, E., & Pereira, P. L. V. (2003). Clubes de convergência de renda para os municípios brasileiros: uma análise não-paramétrica [Working Paper N° 048/2003]. *Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais*, São Paulo, SP, Brasil.
- Malmquist, S. (1953). Index numbers and indifference curves. *Trabajos de Estadística*, 4(1), 209-242.
- Marinho, E., & Barreto, F. (2000). Avaliação do crescimento da produtividade e do progresso tecnológico dos estados do Nordeste com a de produção estocástica. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 30(3), 427-452.
- Menezes-Filho, N. A. (2007). *Os determinantes do desempenho escolar no Brasil* [Texto para discussão N° 2]. São Paulo: Instituto Futuro Brasil.
- Ministério da Educação (2010b). *O PNE 2011-2020: metas e estratégias*. Plano Nacional de Educação para o Decênio 2011-2020. Recuperado de [http://fne.mec.gov.br/images/pdf/notas\\_tecnicas\\_pne\\_2011\\_2020.pdf](http://fne.mec.gov.br/images/pdf/notas_tecnicas_pne_2011_2020.pdf)
- Ministério da Educação. (2010a). *Sinopse das ações do Ministério da Educação*. Recuperado de [http://gestao2010.mec.gov.br/download/sinopse\\_acoes\\_mec.pdf](http://gestao2010.mec.gov.br/download/sinopse_acoes_mec.pdf)
- Mossi, M. B., Aroca, P., Fernández, I. J., & Azzoni, C. R. (2003). Growth dynamics and space in Brazil. *International Regional Science Review*, 26(3), 393-418. doi: 10.1177/0160017603255976
- Muñiz, M. (2002). Separating managerial inefficiency and external conditions in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 143(3), 625-643. doi: 10.1016/S0377-2217(01)00344-7
- Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. (2007). *Education at a glance 2007*. Recuperado de <http://www.oecd.org/edu/eag2007>
- Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. (2010). *Education at a glance 2010: OECD Indicators*. Recuperado de <http://www.oecd.org/edu/eag2010>
- Oshiro, C. H., & Scorzafave, L. G. (2011, dezembro). Efeito do pagamento de bônus aos professores sobre a proficiência escolar no Estado de São Paulo. *Anais do Encontro Nacional de Economia*, Foz do Iguaçu, PR, Brasil, 39.



- Portela, M. C. A. S., & Thanassoulis, E. (2001). Decomposing school and school-type efficiency. *European Journal of Operational Research*, 132(2), 357-373. doi: 10.1016/S0377-2217(00)00157-0
- Pôrto J. S. S., & Ribeiro, E. P. (2003). Dinâmica espacial da renda per capita e crescimento entre os municípios da região Nordeste do Brasil - uma análise Markoviana. *Revista Econômica do Nordeste, Fortaleza*, 34(3), 405-420.
- Quah, D. (1993a). Empirical cross-section dynamics in economic growth. *European Economic Review*, 37(2-3), 426-434. doi: 10.1016/0014-2921(93)90031-5
- Quah, D. (1993b). Galton's fallacy and tests of the convergence hypothesis. *Scandinavian Journal of Economics*, 95(4), 427-443.
- Ruggiero, J. (2006). Measurement error, education production and data envelopment analysis. *Economics of Education Review*, 25(3), 327-333. doi: 10.1016/j.econedurev.2005.03.003
- Shephard, R. W. (1953). *Cost and production functions*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Sistema de Informações Sobre Orçamentos Públicos em Educação. (2010). *Relatórios municipais*. Recuperado de <http://www.fnde.gov.br/siope/dadosInformadosMunicipio.do>
- Thieme, C., Prior, D., Giménez, V., & Tortosa-Ausina, E. (in press). A multilevel decomposition of school performance using robust nonparametric frontier techniques, *Economics of Education Review*. doi: 10.1016/j.econedurev.2012.08.
- Universidade Estadual de Goiás (n.d.). *Licenciatura plena parcelada – informações*. Recuperado de <http://www.goianesia.ueg.br/portal/page.php?id=47>