

Artigo Metodológico

# Um Tutorial sobre o Método Generalizado dos Momentos (GMM) em Finanças

## A Tutorial on the Generalized Method of Moments (GMM) in Finance



Alan de Genaro\*<sup>1</sup>   
Paula Astorino<sup>1</sup> 

### RESUMO

**Contexto:** problemas empíricos em que o pesquisador se depara com um modelo que seja parcialmente especificado. Nestes casos, o método GMM é a alternativa natural para estimação dos parâmetros de interesse. **Objetivo:** o propósito deste artigo é oferecer um tutorial que permita ao pesquisador compreender os aspectos conceituais e práticos do método GMM. **Métodos:** são apresentadas as características, formas de estimação, e algumas limitações associadas ao método em duas aplicações na área de finanças empíricas. A primeira aplicação é para a estimação dos parâmetros dos modelos de apreçamento de ativos baseados em consumo; o segundo é a estimação dos parâmetros do modelo para descrever a taxa de juros em tempo contínuo. Os dados e o código em R são fornecidos nos apêndices on-line. **Conclusão:** o método GMM pode ser utilizado em problemas onde outros métodos como máxima verossimilhança não são factíveis, ou ainda quando se deseja estimar um modelo parcialmente especificado.

**Palavras-chave:** GMM; apreçamento de ativos; taxa de juros.

### ABSTRACT

**Context:** empirical problems in which the researcher is faced with a model that is partially specified. In these cases, the GMM method is the natural alternative for estimating the parameters of interest. **Objective:** the goal of this paper is to offer a tutorial that allows the researcher to understand both the theory and empirical aspects of the GMM method. **Methods:** we discuss the GMM concepts, forms of estimation, and limitations associated with the method. As a way of illustrating the method, we use two applications in the area of empirical finance. The first application is the estimation of the parameters of a consumption-based asset pricing models; the second is the estimation of the parameters of the evolution of the interest rate in continuous time. The data and codes in R are provided as online appendices. **Conclusion:** the GMM method can be used in problems where other methods such as maximum likelihood are not feasible, or even when the researcher wants to estimate a model partially specified.

**Keywords:** GMM; asset pricing; interest rate.

\* Autor Correspondente.

1. Fundação Getulio Vargas, Escola de Administração de Empresas de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.


**Como citar:** Genaro, A., & Astorino, P. (2022). Um tutorial sobre o método generalizado dos momentos (GMM) em finanças. *Revista de Administração Contemporânea*, 26(Sup. 1), e210287. <https://doi.org/10.1590/1982-7849rac2022210287.por>


**Publicado em Early Access:** 24 de Janeiro, 2022.

**Designado a essa edição:** 08 de Agosto, 2022.

**Classificação JEL:** C51, G12, C58.

**Editor-chefe:** Marcelo de Souza Bispo (Universidade Federal da Paraíba, PPGA, Brasil) 

**Pareceristas:** Aureliano Angel Bressan (Universidade Federal de Minas Gerais, CEPEAD, Brasil) 

André Alves Portela (Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil) 


**Relatório de Revisão por Pares:** O Relatório de Revisão por Pares está disponível neste [link externo](#).

**Recebido:** 07/11/2021

**Última versão recebida em:** 29/11/2021

**Aceite em:** 06/01/2022

# de revisores convidados até a decisão:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1ª rodada									

## INTRODUÇÃO

O artigo seminal<sup>1</sup> de Hansen (1982) apresentou o método generalizado dos momentos (GMM) e contribuiu de maneira significativa para o avanço da pesquisa empírica em finanças, em particular na área de apreçamento de ativos. Posteriormente o método foi também utilizado para estimar parâmetros em modelos em que apenas seus momentos estão disponíveis.

Historicamente, conforme apontado por Jagannathan, Skoulakis e Wang (2002), até o advento do método GMM o principal método utilizado para estimação de modelos de apreçamento de ativos era o método de máxima verossimilhança (MLE). No entanto, a estimação dos parâmetros por MLE dos modelos de apreçamento de ativos enfrentava uma série de dificuldades, o que tornava sua utilização muito limitada. Em primeiro lugar, era necessária a derivação de um teste para avaliar se o modelo estava mal especificado. Adicionalmente, era usual a adoção de alguma forma de linearização do modelo, uma vez que, em geral, os modelos empíricos de apreçamento de ativos são não lineares. Por último, o pesquisador precisava definir as hipóteses sobre a distribuição conjunta das variáveis do modelo. Neste caso, quando as hipóteses da distribuição não são corroboradas a partir dos dados, tem-se que os parâmetros estimados poderiam ser viesados mesmo em grandes amostras. Sabe-se, conforme exposto em Cameron e Trivedi (2005), que o estimador de máxima verossimilhança (MLE) é, sob certas condições, assintoticamente eficiente.

A principal condição para a eficiência assintótica do estimador de MLE é que a função de verossimilhança seja especificada corretamente, ou seja, que o verdadeiro processo gerador de dados, DGP, seja conhecido e que os parâmetros sejam perfeitamente identificados.

Por sua vez, o método GMM se apresenta como uma alternativa viável por requerer que a estimação dos parâmetros de um modelo, linear ou não, possa ser feita a partir de um modelo parcialmente especificado, contornando assim as dificuldades presentes no método de MLE. Observa-se então que a conveniência de não assumir a priori uma distribuição conjunta para as variáveis e a generalidade do GMM, que permite que este seja utilizado em muitos problemas, sintetizam as duas principais razões pelas quais o GMM se tornou tão popular na literatura de finanças empíricas.

A despeito de suas vantagens, o método pode não ser tão eficiente como o método de MLE, ou seja, o erro-padrão das estimativas pode ser muito maior que o valor encontrado, caso o modelo também possa ser estimado por MLE.

Dadas as amplas oportunidades de aplicação, o objetivo deste artigo-tutorial é apresentar de maneira didática o método GMM, bem como sua aplicação prática para que possa ser compreendido e utilizado pelos pesquisadores. O primeiro exemplo empírico aqui apresentado trata do apreçamento de ativos e sua relação com o consumo agregado do indivíduo ao longo de sua vida. Já o segundo exemplo contempla a descrição das taxas de juros de curto prazo, em tempo contínuo. Embora possam parecer restritos à área de finanças, ou mesmo datados, esses modelos ainda são utilizados e adaptados para refletir as preferências dos indivíduos cujo consumo e expectativas futuras levam em consideração valores como bem-estar social e redução dos impactos das atividades econômicas no meio ambiente.

## DO MÉTODO DO MOMENTO AO GMM

O tratamento moderno do método GMM foi formalizado no artigo seminal de Hansen (1982) a partir de conceitos e métodos já presentes nos artigos de Amemiya (1977) e Gallant (1977).

O ponto de partida para apresentar o método GMM é entender como o método dos momentos funciona e como o GMM, de fato, se altera para tratar o caso mais geral. Em ambos os casos, a formulação começa com uma condição de momento definida pela teoria econômica ou estatística. Por exemplo, no caso do primeiro momento de uma variável aleatória,  $X$ , que tem média população,  $\mu$ , temos a seguinte condição de momento:

$$E[X] - \mu = 0 \quad (1)$$

Por sua vez, dada uma amostra  $x_1, \dots, x_T$ , pode-se reescrever a equação (1) por meio de sua contrapartida amostral:

$$\sum_{t=1}^T \frac{x_t}{T} - \mu = 0 \quad (2)$$

Logo, o estimador do método do momento para  $\mu$  é obtido por:

$$\hat{\mu}_{MM} = \sum_{t=1}^T \frac{x_t}{T} \quad (3)$$

A construção acima pode ser estendida para o caso do modelo de regressão linear  $y = x'\beta + u$ , onde  $\beta$  é um vetor de dimensão  $K \times 1$ . Suponha que o erro  $u$ , condicionado aos regressores, tenha média zero; isso gera a seguinte condição de momento condicional:

$$\mathbb{E}[u|\mathbf{x}] = 0 \quad (4)$$

Ao combinar com a lei das expectativas iteradas<sup>2</sup>, é possível escrever as condições de momento incondicionais:

$$\mathbb{E}[u\mathbf{x}] = 0 \quad (5)$$

$$\mathbb{E}[\mathbf{x}(y - \mathbf{x}'\beta)] = 0 \quad (6)$$

Ao utilizar a contrapartida empírica da condição de momento, pode-se escrever (6) como:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i(y_i - \mathbf{x}_i'\beta) = 0 \quad (7)$$

Resolvendo (7), obtemos o estimador de momentos:

$$\hat{\beta}_{MM} = \left( \sum_i \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i' \right)^{-1} \sum_i \mathbf{x}_i y_i \quad (8)$$

Assim, o método OLS pode ser visto como um caso particular do método dos momentos. Observe ainda que o caso acima poderia ser generalizado para tratar o caso em que  $x$  poderia ser correlacionado com  $u$ , e neste caso o estimador OLS seria inconsistente. No entanto, com o método dos momentos, bastaria incluir uma nova condição de momento a partir da existência de instrumentos  $z$  que não são correlacionados com  $u$ , ou seja,  $\mathbb{E}[u|z] = 0$ .

Para encontrar o estimador, basta impor que  $\dim(z)=K$ , isto é, que o número de instrumentos seja exatamente igual ao número de regressores, e neste caso  $\hat{\beta}_{MM} = \left( \sum_i \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i' \right)^{-1} \sum_i \mathbf{z}_i y_i$  que representa o método linear de variáveis instrumentais.

A ideia do uso de variáveis instrumentais consiste em encontrar uma variável que carregue somente a 'boa' variação contida em  $x$  e ajude a explicar  $y$ , ainda que não diretamente.

Esse instrumento deverá passar no teste de relevância, ou seja, ao regressar  $x$  com as demais variáveis, o coeficiente de  $z$  deverá ser estatisticamente significativo. De outra forma,  $z$  é relevante para explicar  $x$  mesmo considerando os efeitos dos demais regressores.

Outra condição a ser atendida pelo instrumento é denominada condição de exclusão, satisfeita se  $cov(z,u) = 0$ . Uma vez que o termo e erro  $u$ , por definição, é não observável, não existe um teste que permita garantir que o instrumento atende a essa condição. Sendo assim, cabe ao pesquisador estabelecer uma justificativa pautada na teoria para explicar o uso do instrumento escolhido para tratar o problema. Ao final, tem-se que dadas as condições de momento acima, o

método de variáveis instrumentais também pode ser visto como um caso específico de GMM.

A contribuição de Hansen (1982) foi generalizar o conceito acima para condições de momento mais gerais do que a expressa na equação (1). Então, o caso geral pode ser escrito pelo conjunto de  $R$  condições de momento:

$$\mathbb{E}\{f(x_t, z_t, \theta)\} = 0 \quad (9)$$

onde  $f(\cdot)$  é um vetor  $R \times 1$  de funções reais,  $\theta$  é um vetor  $K$ -dimensional contendo todos os parâmetros de interesse,  $x_t$  é um vetor com as variáveis observáveis e  $z_t$  é um vetor de instrumentos.

O problema que o método GMM se propõe a resolver é o de como a partir de uma amostra  $x_1, \dots, x_T$ , da população  $X$ , se pode estimar o parâmetro  $\theta$  tendo especificado apenas a condição de momento descrita em (4).

Novamente, a contrapartida amostral das  $R$  condições de momento definidas em (9) é:

$$g_T(\theta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f(x_t, z_t, \theta) \quad (10)$$

Para que os parâmetros sejam identificados neste modelo, se faz necessário avaliar a relação entre  $R$  e  $K$ . No caso onde  $R = K$ , temos que o modelo é exatamente identificável e obtemos o estimador do método de momentos,  $\hat{\theta}_{MM}$ , ao resolver  $g_T(\hat{\theta}_{MM}) = 0$ . Por outro lado, caso  $R < K$ , o modelo é sub-identificado e não é possível encontrar uma solução para  $g_T(\hat{\theta}_{MM}) = 0$ . Finalmente, quando  $R > K$  o modelo é sobre-identificado, e neste caso torna-se relevante o estimador do método generalizado dos momentos,  $\hat{\theta}_{GMM}$ .

No caso em que o modelo é sobre-identificado ( $R > K$ ) temos mais equações,  $R$ , do que incógnitas  $K$  e, portanto, não é possível achar um vetor  $\hat{\theta}$  que iguale exatamente todo o conjunto de  $R$  momentos a zero. A solução deste problema consiste em encontrar o vetor de parâmetros  $\hat{\theta}$  que torne  $g_T(\hat{\theta})$  tão próximo de zero quanto possível (tal conceito de distância depende da norma adotada; aqui emprega-se a norma euclidiana,  $L^2$ ). Adicionalmente, como nem todas as  $R$  condições de momento podem ser satisfeitas, adota-se uma matriz simétrica definida positiva  $W_T$  que pondere estas condições apropriadamente. Assim, o método buscará encontrar o vetor  $\hat{\theta}$  tal que  $g_T(\hat{\theta}_{GMM}) \cong 0$ . Assim, o estimador GMM para  $\theta$  busca minimizar a seguinte forma quadrática:

$$\hat{\theta}_{GMM} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} g_T(\theta)' W_T g_T(\theta) \quad (11)$$

Normalmente, a solução de (11) não está disponível de forma analítica e acaba sendo obtida através de métodos numéricos<sup>3</sup>.

Do ponto de vista das propriedades desejadas de um estimador, temos que qualquer matriz de ponderação  $W_T$  simétrica positiva atende às condições para garantir que o estimador seja consistente. Consequentemente, há tantos estimadores GMM como há escolhas para a matriz de ponderação  $W_T$ . No entanto, a eficiência do estimador não é obtida para uma matriz  $W_T$  arbitrária, apenas para o caso em que  $W_T = S^{-1}$ , em que  $S^{-1}$  representa<sup>4</sup> a matriz de covariância de longo prazo dos momentos, a qual, por sua vez, também deve ser estimada através de  $\hat{S}_T(\theta)$ .

A estimação de  $\hat{\theta}_{GMM}$  envolve desafios associados à forma de construir um estimador consistente para  $S(\theta)$ , bem como a relação de dependência entre  $\hat{S}_T(\theta)$  e  $\hat{\theta}_{GMM}$ . Ao assumir inicialmente que  $\theta$  é conhecido, a matriz ótima de pesos  $\hat{S}_T^{-1}(\theta)$  pode ser estimada por um método pertence à classe *heteroscedasticity autocorrelation covariance* (HAC), o qual é robusto à presença de heterocedasticidade e autocorrelação.

Determinar a solução da equação (11) depende da forma adotada para estimar a matriz de peso  $\hat{S}_T^{-1}(\theta)$ , a qual, no entanto, também depende de  $\hat{\theta}_{GMM}$ . Esta dependência é indesejável, uma vez que a inferência sobre  $\hat{\theta}_{GMM}$  dependerá da forma adotada para representar a matriz de pesos  $W_T$ . Neste sentido, alguns métodos foram desenvolvidos para tentar encontrar a solução de (11). A primeira alternativa, representada pelo método de dois passos (*two-steps GMM*), consiste em definir inicialmente uma matriz  $W_T$  arbitrária, muitas vezes representada pela matriz identidade, e obter o valor de  $\hat{\theta}^1$ , e uma vez obtido este valor, este é utilizado na forma funcional de  $\hat{W}_T = \hat{S}_T^{-1}(\hat{\theta}^1)$  para então obter a solução  $\hat{\theta}_{GMM}$ .

Embora o método GMM de dois passos tenha, em teoria, boas propriedades estatísticas, estudos empíricos mostram que seu comportamento em amostras pequenas tende a ser insatisfatório. Como forma de contornar estas limitações, Hansen, Heaton e Yaron (1996) sugerem dois novos métodos para a estimação de  $\hat{\theta}_{GMM}$ .

A primeira alternativa consiste em uma evolução natural do método de dois passos, em que o processo é repetido  $n$  vezes até que se alcance um critério de convergência, dando origem ao método iterativo (*iterative GMM*). Uma segunda alternativa é o método do estimador continuamente atualizado (*CUE GMM*), em que as matrizes  $\hat{S}_T$  e  $\hat{\theta}_{GMM}$  são estimadas simultaneamente. Além das vantagens em amostras pequenas, uma vantagem adicional é que este método é invariante a certos tipos de transformações e normalizações que possam ser feitas com os dados (Hall, 2005). Por outro lado, o problema de otimização a ser

resolvido é altamente não linear e, logo, muito sensível às condições iniciais do problema de otimização. Por esta razão, normalmente as condições iniciais do estimador CUE utilizam o resultado da estimação prévia através do método de dois passos ou do método iterativo.

Por último, o método GMM minimiza uma função quadrática que contém as condições de momento devidamente ponderadas por  $W_T$ . Se essas condições de momentos estiverem corretas, isto é,  $\mathbb{E}\{f(x_t, z_t, \theta)\} = 0$ , então  $g_T(\hat{\theta}_{GMM}) \cong 0$ . Este resultado conduz naturalmente a um teste de especificação do modelo, conhecido por teste  $J$ , definido como:

$$J = T^{-1} g_T(\hat{\theta})' \hat{W}_T g_T(\hat{\theta}) \sim \chi_{r-q}^2 \quad (12)$$

Rejeitar o teste representa que o modelo está mal especificado, pois existem momentos que não são estatisticamente iguais a zero, ou seja, rejeita-se o modelo, uma vez que a condição de momento não é válida.

Determinar quantos momentos incluir na especificação não é facilmente respondido. No entanto, Hall (2005) recomenda que para amostras pequenas, com até 100 observações, podem ser incluídos até cinco momentos a mais do que o número de parâmetros que se deseja estimar.

## APLICAÇÕES

Uma vez apresentados os principais aspectos conceituais associados ao método GMM, tem-se nesta seção duas aplicações baseadas em trabalhos bem conhecidos na literatura.

Em relação aos dados, optamos por reaproveitar dados públicos utilizados em outros estudos (Chan, Karolyi, Longstaff, & Sanders, 1992; Verbeek, 2004), o que permite a reprodução das análises e a comparação dos resultados. Além disso, colocamos este artigo-tutorial em linha com os conceitos e sugestões apontados em Martins (2021), que são observados com as melhores práticas de pesquisa, em que se adota o conceito de dados abertos e públicos.

O leitor que desejar pode usar os códigos em R disponíveis no apêndice on-line para replicar todos os resultados apresentados neste artigo e adaptá-los em suas próprias pesquisas.

### Estimação de modelos de apreçamento de ativos baseado em consumo (C-CAPM)

O trabalho precursor no uso do método GMM é o artigo de Hansen e Singleton (1982). O modelo foi

desenvolvido a partir da construção formal apresentada em Lucas (1978). O objetivo deste modelo é explicar os movimentos agregados do consumo e dos retornos dos ativos. O arcabouço que permite suportar o uso dos dados agregados é baseado na existência de um único agente representativo que deseja escolher a trajetória de consumo ótima através da maximização do valor presente da utilidade esperada do consumo:

$$\max \mathbb{E} \sum_{s=0}^{\infty} [\beta^s U(C_{t+s}) | \mathcal{F}_t] \quad (13)$$

sujeito a restrição orçamentária:

$$C_{t+s} + q_{t+s} = w_{t+s} + (1 + r_{t+s})q_{t+s-1} \quad (14)$$

onde  $\mathcal{F}_t$  representa o conjunto de informações disponíveis no instante  $t$ ,  $q_{t+s}$  é a riqueza do indivíduo ao final do período,  $t + s$ ,  $r_{t+s}$  é a taxa de retorno obtida no investimento em um conjunto de ativos e  $w_{t+s}$  representa a renda obtida através do trabalho.

O agente pode investir em  $N$  ativos com risco, os quais possuem retorno bruto de  $r_{i,t}$ , e em um ativo livre de risco que possui taxa de retorno  $r_{f,t}$ . Resolver o problema de consumo e de alocação intertemporal de ativo consiste em determinar a condição de primeira ordem da equação (13) sujeita à restrição (14) produzindo a seguinte equação de Euler:

$$\mathbb{E} \left\{ \beta \frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} (1 + r_{f,t+1}) - 1 \mid \mathcal{F}_t \right\} = 0 \quad (15)$$

$$\mathbb{E} \left\{ \beta \frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} (r_{i,t+1} + r_{f,t+1}) \mid \mathcal{F}_t \right\} = 0, \text{ para } i = 1, \dots, N \quad (16)$$

onde  $U'(\cdot)$  é a utilidade marginal do consumidor.

A equação de Euler impõe restrições no movimento conjunto entre o consumo e o preço dos ativos financeiros, permitindo entender o comportamento destas duas variáveis.

Por sua vez, a condição de momento para estimar os parâmetros via GMM depende da adoção de uma forma funcional para representar a utilidade deste agente. O caso mais simples envolvendo modelos de apreçamento de ativos baseado em consumo é onde a função utilidade pertence à classe de funções com aversão relativa ao risco constante (CRRA):

$$U(C_t) = \begin{cases} \frac{c_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} & \text{para } \gamma \neq 1 \\ \ln(c_t) & \text{para } \gamma = 1 \end{cases} \quad (17)$$

onde o parâmetro  $\gamma$  representa o coeficiente de aversão ao risco do investidor.

Assim, ao utilizar a equação (17) na expressão (16) obtemos:

$$\mathbb{E} \left\{ \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} (1 + r_{i,t+1}) - 1 \mid \mathcal{F}_t \right\} = 0 \quad (18)$$

Ao assumirmos que  $z_t \in \mathcal{F}_t$ , a lei das expectativas iteradas permite escrever a condição de momento incondicional como:

$$\mathbb{E} \left\{ \left[ \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} (1 + r_{i,t+1}) - 1 \right] z_t \right\} = 0 \text{ para } i = 1, \dots, N \quad (19)$$

De forma geral, a variável instrumental  $z_t$  pode incluir uma constante, o que equivale à esperança incondicional da equação de Euler, e variáveis macroeconômicas que possam ser relevantes para descrever o conjunto de informações disponíveis ao agente representativo no momento em que ele irá determinar de forma ótima as decisões de consumo e investimento.

Usando inicialmente como instrumento  $z_t = \{1\}$ , as equações (18) e (19) representam um conjunto de  $N+1$  condições de momento que permite identificar os parâmetros  $\theta = (\beta, \gamma)'$ , e que podem ser escritas na forma geral do modelo GMM:

$$\mathbb{E}[f(\theta, x_t, z_t)] \equiv \mathbb{E} \begin{bmatrix} \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} (1 + r_{f,t+1}) - 1 \\ \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} (r_{1,t+1} - r_{f,t+1}) \\ \vdots \\ \beta \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} (r_{N,t+1} - r_{f,t+1}) \end{bmatrix} \quad (20)$$

A estimação do modelo CCAPM por meio do método GMM utilizará um conjunto de 10 portfólios. Estes portfólios são construídos com base no valor de mercado das ações (*size-based*) negociados na NYSE. O portfólio 1 contém o retorno do primeiro decil do conjunto das firmas listadas na NYSE, tomando por base o valor de mercado das ações, ordenados em ordem crescente. O 10º portfólio é formado pelos retornos do primeiro decil do conjunto das firmas listadas na NYSE, tomando por base o valor de mercado das ações, ordenados em ordem decrescente. O ativo livre de risco é expresso pelo retorno da T-Bill com maturidade em três meses.



Os dados utilizados têm frequência mensal e se referem ao período de fevereiro de 1959 até novembro de 1993. Os dados dos portfólios são obtidos do Center for Research in Security Prices (CRSP). Os dados de consumo representam os valores gastos em consumo de bens não duráveis e serviços para a economia americana.

A seguir, os resultados da estimação por GMM (Tab. 1):

**Tabela 1.** Modelo CCAPM.

	<i>Two-step GMM</i>		<i>Iterative GMM</i>		<i>CUE GMM</i>	
	Coefficiente	Erro-padrão	Coefficiente	Erro-padrão	Coefficiente	Erro-padrão
$\beta$	0,81***	0,12	0,83***	0,12	0,70***	0,12
$\gamma$	62,08*	33,79	57,40*	34,22	96,19***	31,62
<i>J-stat</i>	4,54	<i>p-value</i> 0,87	5,76	<i>p-value</i> 0,76	5,14	<i>p-value</i> 0,82

**Nota.** Modelos estimados com o instrumento  $z_t = \{1\}$ . O erro-padrão foi calculado utilizando o estimador HAC de Andrews (1991). *Two-step* é o método de estimação em duas etapas, como proposto por Hansen (1982). *CUE* e *iterative* são respectivamente os métodos atualização contínua e iterativos, como proposto por Hansen et al. (1996). \*\*\* denota significância a 1%; \*\* denota significância a 5%; \* denota significância a 10%.

Na tentativa de obter um parâmetro  $\gamma$  mais coerente, um segundo exercício consiste em usar outras variáveis como instrumentos – por exemplo,  $z_t = \{1, C_t/C_{t-1}\}$ . Passamos a ter  $2(N+1)$  condições de momento, conforme abaixo:

$$\mathbb{E}[f(\theta, x_t, z_t)] \equiv \mathbb{E} \begin{bmatrix} \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma} (1 + r_{f,t+1}) - 1 \\ \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma} (r_{1,t+1} - r_{f,t+1}) \\ \vdots \\ \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma} (r_{N,t+1} - r_{f,t+1}) \\ \left(\frac{C_t}{C_{t-1}}\right) \left[ \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma} (1 + r_{f,t+1}) - 1 \right] \\ \left(\frac{C_t}{C_{t-1}}\right) \left[ \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma} (r_{1,t+1} - r_{f,t+1}) \right] \\ \vdots \\ \left(\frac{C_t}{C_{t-1}}\right) \left[ \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma} (r_{N,t+1} - r_{f,t+1}) \right] \end{bmatrix} \quad (21)$$

Uma simplificação na notação em (21) é através do produto de Kronecker, que nos oferece uma forma simplificada para representar as condições de momento:

$$\mathbb{E} \left\{ \left[ \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma} (1 + r_{i,t+1}) - 1 \right] \otimes z_t \right\} = 0 \text{ para } i = 1, \dots, N + 1 \quad (22)$$

A estimação do método GMM pelos mesmos três critérios utilizando o erro robusto apresenta os seguintes resultados (Tab. 2).

Observa-se da Tabela 1 que os coeficientes são estatisticamente significantes em todas as formas de estimação. Enquanto a estimativa do parâmetro  $\beta$  é razoável de acordo com a teoria econômica, o valor para o coeficiente de aversão ao risco  $\gamma$  é excessivamente alto. No entanto, o teste  $J$  não rejeita que o modelo esteja mal especificado para nenhum dos métodos de estimação.

Novamente, o parâmetro  $\beta$  mostra-se adequado e estatisticamente significativo. No entanto, o parâmetro  $\gamma$  acabou sendo estimado com um valor negativo, algo inconsistente. Neste caso, o teste  $J$  corretamente rejeitou a especificação do modelo proposto.

No entanto, a partir da observação de que o parâmetro de aversão ao risco encontrado para a economia americana era excessivamente alto, Mehra e Prescott (1985) cunharam a expressão *equity premium puzzle*, EPP, e inauguraram uma profícua área de pesquisa. Desde então, a literatura evoluiu, de forma a modificar o problema original e conseguir encontrar um valor para o parâmetro de aversão ao risco mais adequado. Boa parte dos trabalhos desenvolvidos concentra-se em estudos que buscaram propor formas alternativas para a função utilidade (detalhes em Campbell, 2018).

No Brasil, alguns trabalhos buscaram avaliar empiricamente a existência do EPP, dentre eles os de Issler e Piqueira (2002) e Cysne (2006). Diferentemente dos EUA, os dados brasileiros sob diferentes formas funcionais para a função utilidade não corroboram a existência do EPP, exceto em Cysne (2006).

Outra forma de utilizar as equações (18) e (19) é através da comparação entre os retornos esperados previstos pelo modelo e o retorno realizado para cada portfólio. Assim, recorre-se ao conceito do fator de desconto estocástico (SDF), que neste modelo é identificado como:

$$m_{t+1}(\theta) = \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\gamma} \quad (23)$$

**Tabela 2.** Modelo CCAPM.

	<i>Two-step GMM</i>		<i>Iterative GMM</i>		<i>CUE GMM</i>	
	Coefficiente	Erro-padrão	Coefficiente	Erro-padrão	Coefficiente	Erro-padrão
$\beta$	0,91***	0,03	0,98***	8.83E-04	0,98***	8.74E-04
$\gamma$	33,9***	8,28	-1,25***	0,38	-1,23***	0,372
<i>J-stat</i>	133	<i>p-value</i> 0,00	30,2	<i>p-value</i> 0,067	30,2	<i>p-value</i> 0,067

**Nota.** Modelos estimados com  $z_t = \{1, C_t/C_{t-1}\}$ . O erro-padrão foi calculado utilizando o estimador HAC de Andrews (1991). *Two-step* é o método de estimação em duas etapas, como proposto por Hansen (1982). *CUE* e *iterative* são respectivamente, os métodos atualização contínua e iterativos, como proposto por Hansen et al. (1996). \*\*\* denota significância a 1%; \*\* denota significância a 5%; \* denota significância a 10%.

Dentre as vantagens de utilizar o SDF, estão: (a) a capacidade de descrever uma grande classe de modelos de apreçamento de ativos através de uma mesma representação; e (b) a possibilidade de estudar e analisar a variação do retorno esperado de diferentes ativos de uma forma geral e unificada. Portanto, ao utilizar a representação do SDF, pode-se obter a decomposição do retorno esperado para este modelo. Partindo de:

$$\mathbb{E}\{m_{t+1}(\theta) (r_{i,t+1} + r_{f,t+1}) \mid \mathcal{F}_t\} = 0, \text{ para } i = 1, \dots, N \quad (24)$$

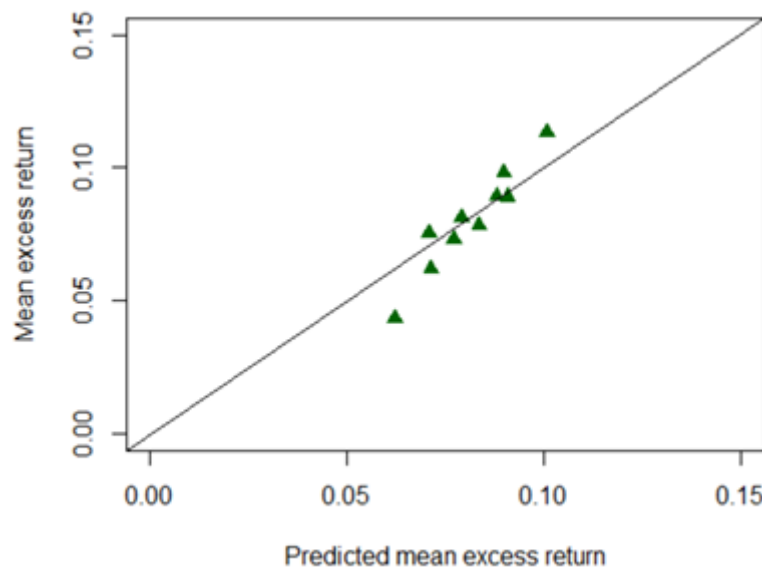
obtém-se:

$$\mathbb{E}[(r_{i,t+1} + r_{f,t+1})] = - \frac{\text{cov}(m_{t+1}(\theta), (r_{i,t+1} + r_{f,t+1}))}{\mathbb{E}[m_{t+1}(\theta)]}, \text{ para } i = 1, \dots, N \quad (25)$$

Uma das implicações da equação (25) decorrentes dos modelos baseados em consumo é que ativos que possuem covariância positiva com a taxa de crescimento do consumo devem oferecer um retorno maior para que, em equilíbrio, o investidor escolha este ativo para compor seu portfólio.

Adicionalmente, pode-se investigar a qualidade do modelo a partir da comparação do erro de apreçamento, que consiste em comparar o excesso de retorno previsto pelo modelo com o observado.

Na Figura 1 são exibidos o excesso de retorno realizado e o excesso de retorno previsto pelo modelo para cada um dos 10 portfólios. No caso dos retornos previstos pelo modelo, seguimos a sugestão de Cochrane (1996) e usamos os parâmetros estimados em um passo, tendo assumido que  $W_T$  é a matriz identidade.



**Figura 1.** Dispersão entre o excesso de retorno observável e o excesso de retorno previsto pelo CCAPM para 10 portfólios de ações (*size-based*).

A análise da Figura 1 confirma que a performance do modelo não é satisfatória, pois ele não foi capaz de explicar a variação *cross-section* observada no excesso de retorno.

Em particular, o portfólio formado pelo primeiro decil das empresas listadas na NYSE e ordenadas de maneira crescente, conforme seu valor de mercado, é aquele que mais se afasta

da reta de 45°, e, portanto, o modelo de apreçamento de ativos baseado em consumo também não foi capaz de resolver o *size effect* apontado por Banz (1981).

## Estimação de modelo de taxas de juros

Um segundo uso do método GMM é o artigo de Chan, Karolyi, Longstaff e Sanders (1992), que busca estimar os parâmetros da equação diferencial estocástica (SDE) utilizada para descrever em tempo contínuo a dinâmica da taxa de juros de curto prazo:

$$dr_t = \kappa(\theta - r_t)dt + \sigma r_t^\gamma dW_t \quad (26)$$

onde o parâmetro  $\kappa$  representa a velocidade de reversão à média e  $\theta$  a média de longo prazo.

Ou de maneira equivalente:

$$dr_t = (\alpha - \beta r_t)dt + \sigma r_t^\gamma dW_t \quad (27)$$

Nesta representação, temos  $\alpha = \kappa\theta$  e  $\beta = -\kappa$ . A especificação (26) engloba, de acordo com a restrição nos parâmetros, os seguintes modelos: (a) movimento browniano com *drift* ( $\beta = 0$  e  $\gamma = 0$ ); (b) Ornstein-Uhlenbeck (ou Vasicek) ( $\gamma = 0$ ); e (c) Cox-Ingersoll-Ross ( $\gamma = 1/2$ ).

A derivação das condições de momento utiliza a discretização de Euler-Maruyama para obter a versão em tempo discreto da equação (27), assim:

$$r_{t+\Delta t} - r_t = (\alpha - \beta r_t)\Delta t + \sigma r_t^\gamma \sqrt{\Delta t} \epsilon_{t+\Delta t} \quad (28)$$

com

$$\mathbb{E}[\epsilon_{t+1} | \mathcal{F}_t] = 0 \text{ e } \mathbb{E}[\epsilon_{t+1}^2 | \mathcal{F}_t] = \sigma^2 r_t^{2\gamma}$$

O termo  $\epsilon_{t+\Delta t}$  descreve uma variável aleatória normal padronizada.

Observe que o método MLE não pode ser utilizado para estimar o modelo, uma vez que a distribuição dos incrementos depende do valor de  $\gamma$ . No caso em que  $\gamma = 0$ , os incrementos possuem distribuição normal, enquanto com  $\gamma = 1/2$  tem-se a distribuição gama.

Por sua vez, o método GMM fornece as condições econométricas necessárias para estimar os modelos, uma vez que é possível a partir de (28) escrever as condições de momento. Chan et al. (1992) usaram como instrumento  $z_t = (1, r_t)$ , o que permite escrever as seguintes condições de momento:

$$\mathbb{E}[f(\theta, x_t, z_t)] \equiv \mathbb{E} \begin{bmatrix} \epsilon_{t+1} \\ \epsilon_{t+1} r_t \\ \epsilon_{t+1}^2 - \sigma^2 r_t^{2\gamma} \Delta t \\ (\epsilon_{t+1}^2 - \sigma^2 r_t^{2\gamma} \Delta t) r_t \end{bmatrix}$$

Uma vez que o modelo é exatamente identificável, o estimador de GMM para  $\theta = (\alpha, \beta, \sigma, \gamma)'$  é obtido ao resolver  $g_T(\hat{\theta}_{GMM}) = 0$  e a matriz de pesos  $W_T$  torna-se redundante.

Utilizamos os mesmos dados que o artigo de Chan et al. (1992), que consistem em dados mensais para o *bid-ask spread* médio implícito na T-Bill com vencimento em 30 dias para o período de junho de 1964 a novembro de 1989, disponíveis na CRSP. Em função de os dados serem mensais, o intervalo é definido como  $\Delta t = 1/12$ .

A seguir, os resultados (Tab. 3):

**Tabela 3.** Modelo CKLS irrestrito.

	Coefficiente	Erro-padrão
$\alpha$	0,042**	0,019
$\beta$	-0,607*	0,350
$\sigma$	1,324	0,956
$\gamma$	1,505***	0,279

**Nota.** O erro-padrão foi calculado usando o estimador HAC de Andrews (1991). \*\*\* denota significância a 1%; \*\* denota significância a 5%; \* denota significância a 10%.

Os resultados são similares aos encontrados em Chan et al. (1992). Em particular, o coeficiente  $\gamma$  é aproximadamente igual a 1,5 e significativo a 1%. Uma vez que o modelo é exatamente identificado, o teste  $J$  é por construção igual a zero.

Um segundo exercício consiste em estimar o modelo restrito CIR SR, ou seja, onde impomos  $\gamma = 1/2$ , e estimamos o modelo proposto por Cox, Ingersoll e Ross (1985). Neste caso, temos um modelo sobre-identificado e a matriz de ponderação,  $W_T$ , passa a ser relevante.

**Tabela 4.** Modelo CKLS restrito – *Two-step GMM*.

	Coefficiente	Erro-padrão
$\alpha$	0,023	0,016
$\beta$	-0,269	0,287
$\sigma$	0,082***	0,007
$\gamma$	0,5	-
J-stat	5,13	<i>p-value</i> : 0,023

**Nota.** Modelo estimado com  $\gamma = 0.5$ . O erro-padrão foi calculado usando o estimador HAC de Andrews (1991). *Two-step* é o método de estimação em duas etapas de Hansen (1982). \*\*\* denota significância a 1%; \*\* denota significância a 5%; \* denota significância a 10%.

Observa-se que o teste  $J$  é rejeitado ao nível de significância de 5%, indicando que o modelo está mal especificado. Este resultado não é surpreendente, uma vez que o modelo irrestrito estimou o parâmetro  $\gamma \approx 1,5$ .



Além desses dois exemplos, uma referência clássica do uso do modelo GMM é o trabalho de [Arellano e Bond \(1991\)](#), em que o estimador<sup>5</sup> é conhecido por GMM em diferenças (GMM-Dif) ou ainda AB-GMM. O estimador foi desenvolvido em um contexto envolvendo dados em painel dinâmicos, ou seja, quando em um modelo de efeito fixo a variável dependente é incluída na forma defasada como regressor:

$$y_{it} = X_{it}\beta + \rho y_{it-1} + \alpha_i + u_{it} \text{ para } t = 1, \dots, T \text{ e } i = 1, \dots, N$$

A inclusão do termo defasado  $y_{it-1}$  implica em geral que o regressor não é estritamente exógeno, uma vez que a variável defasada é, em geral, correlacionada com o termo de erro  $u_{it}$ , originando o chamado viés de painel dinâmico, conforme argumentado em [Nickell \(1981\)](#), inviabilizando a estimação por OLS e justificando o uso de estimadores GMM.

A despeito dos seus méritos, o estimador AB-GMM apresenta conhecidas deficiências, em particular: (a) se a variável dependente  $y_{it}$  apresentar significativa persistência,  $\rho \approx 1$ ; (b) no caso de dados em painel em que a dimensão tempo  $T$  é formada por muitas observações, tem-se que o número de instrumentos necessários cresce substancialmente, pois são necessários  $T/(T-1)/2$  instrumentos.

## LIMITAÇÕES DO MÉTODO DE GMM

Embora a teoria ofereça as condições para afirmar que o estimador GMM seja consistente, a eficiência e o viés dependem fundamentalmente da escolha das condições de momento e da escolha dos instrumentos.

Ainda que as propriedades assintóticas sejam bem documentadas no artigo seminal de [Hansen \(1982\)](#), as propriedades para amostras finitas não são inteiramente conhecidas. Neste sentido, a literatura associada à escolha dos instrumentos, em particular os chamados instrumentos fracos, isto é, variáveis que são fracamente correlacionadas com as variáveis de interesse, são bem documentadas e contribuem para o entendimento das dificuldades que podem surgir em amostras finitas. No método generalizado de momentos (GMM), tem-se ainda que os instrumentos fracos correspondem à identificação fraca de alguns ou todos os parâmetros do modelo.

Portanto, o pesquisador precisa ter cuidado ao selecionar os instrumentos. [Stock, Wright e Yogo \(2002\)](#) oferecem uma boa revisão dos desenvolvimentos recentes sobre como escolher instrumentos e os impactos na qualidade da estimação em amostras finitas.

Além das questões sobre a escolha do instrumento, uma segunda limitação que o método GMM pode apresentar diz respeito à condição de momento, em particular quando: (a) a condição de momento do modelo não pode ser obtida em uma forma analítica ou apresenta uma forma funcional muito complexa para ser avaliada; (b) a condição de momento do modelo depende do comportamento de uma variável latente não observável; e (c) a condição de momento é derivada a partir de variáveis censuradas e por isso são parcialmente observadas pelo pesquisador.

Para contornar os problemas descritos acima, uma nova classe de estimadores desenvolvida a partir do modelo GMM foi proposta e denominada método dos momentos simulados (SMM), cujos trabalhos precursores são [McFadden \(1989\)](#) e [Duffie e Singleton \(1993\)](#).

Conceitualmente, o método SMM busca, através do uso de simulações, aproximar a condição de momento que não está disponível na forma analítica e assim permitir a estimação dos parâmetros de forma similar ao método GMM. O desafio associado ao modelo de SMM em relação ao modelo GMM é que o processo de estimação dos parâmetros passa a ser computacionalmente intensivo, pois para um conjunto de simulações os parâmetros devem ser reestimados até que ocorra a convergência.

Simulações para aproximar um resultado analítico de difícil obtenção também foram empregadas no desenvolvimento do método de máxima verossimilhança simulado (SML). Neste sentido, [Pedersen \(1995\)](#) e [Brandt e Santa-Clara \(2002\)](#) apresentaram de forma independente que a função de verossimilhança pode ser numericamente aproximada por meio de simulações. A vantagem dos métodos envolvendo simulações é a possibilidade de incluir estruturas complexas de maneira relativamente direta, algo que não é trivial quando se busca uma solução analítica. Por exemplo, [Genaro e Avellaneda \(2018\)](#) estimam via SML os parâmetros de um modelo em tempo contínuo no qual os saltos ocorrem endogenamente, e que não pode ser estimado por máxima verossimilhança, pois a intensidade do processo de salto é uma variável latente.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma das dificuldades para o leitor que se depara pela primeira vez com o método GMM é que este necessita da definição das condições de momento, as quais são diferentes para cada modelo, e podem deixá-lo confuso. A proposta deste tutorial é apresentar de maneira gradual as etapas associadas ao desenvolvimento do método.

Justamente pelo fato de que cada modelo possui uma condição de momento específica, apresentamos dois casos relevantes na literatura de finanças empíricas em que o método GMM foi utilizado e que podem contribuir para consolidar o entendimento sobre o método ao leitor.

De maneira complementar, o artigo também apresenta considerações sobre a utilização do método na presença de variáveis instrumentais, bem como as limitações teóricas a que o método GMM está sujeito e que motivaram o desenvolvimento de alternativas, tais como o método dos momentos simulados (SMM).

Destaca-se novamente que os modelos de apreçamento que utilizam a técnica aqui apresentada ainda são amplamente aplicados, especialmente no contexto atual em que é de suma importância mensurar os impactos dos investimentos supostamente sustentáveis realizados pelas corporações ao redor do mundo.

Por último, julgamos que o presente artigo tutorial oferece uma visão sobre o método GMM alinhada à visão colocada em Hansen (2013), pois permite ao pesquisador *to do something without doing everything*.

## NOTAS

1. Em 2013, Lars Peter Hansen foi laureado com o Prêmio Nobel em economia por suas contribuições que permitiram o avanço da pesquisa em métodos econométricos robustos, em particular pela introdução formal do princípio “*doing something without doing everything*”, que motivou o desenvolvimento do método GMM. Além de Lars Hansen, Eugene Fama e Robert Shiller foram laureados com o Prêmio de Ciências Econômicas em Memória de Alfred Nobel de 2013.
2. Usamos o resultado geral que se  $\mathbb{E}[x_1|x_2] = 0$  então  $\mathbb{E}[x_1g(x_2)] = 0$  para toda função  $g$ .
3. Neste tutorial, vamos adotar o pacote *gmm* disponível em *R*. Devido à popularidade do método, existem pacotes *GMM* nos principais softwares estatísticos. Atualmente, o pacote *gmm* do *R* vem sendo substituído pelo pacote *momentfit*.
4. O fato de a matriz  $S$  estar invertida representa que momentos de variância maior acabam tendo um peso menor na solução de (9).
5. O pacote *dynpanel* em *R* permite implementar o estimador de Arellano e Bond (1991), bem como suas extensões.

## REFERÊNCIAS

- Amemiya, T. (1977). The maximum likelihood and nonlinear three-stage least squares estimator in the general nonlinear simultaneous equation model. *Econometrica*, 45(4), 955-968. <https://doi.org/10.2307/1912684>
- Andrews, D. W. K. (1991). Heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix estimation. *Econometrica*, 59(3), 817-858. <https://doi.org/10.2307/2938229>
- Arellano, M., & Bond, S. (1991). Some tests of specification for panel data: Monte Carlo evidence and an application to employment equations. *The Review of Economic Studies*, 58(2), 277-297. <https://doi.org/10.2307/2297968>
- Banz, R. (1981). The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, 9, 3-18. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(81\)90018-0](https://doi.org/10.1016/0304-405X(81)90018-0)
- Brandt, M. W., & Santa-Clara, P. (2002). Simulated likelihood estimation of diffusions with an application to exchange rate dynamics in incomplete markets. *Journal of Financial Economics*, 63, 161-212. Retrieved from <https://ideas.repec.org/a/eee/jfinec/v63y2002i2p161-210.html>
- Campbell, J. Y. (2018). *Financial decisions and markets: A course in asset pricing*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Cameron, A. C., & Trivedi, P. (2005). *Microeconometrics: Methods and applications*. New York: Cambridge University Press.
- Chan, K. C., Karolyi, G. A., Longstaff, F. A., & Sanders A. B. (1992). An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate. *Journal of Finance*, 47(3), 1209-1227. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1992.tb04011.x>
- Cochrane, J. (1996). A cross-sectional test of an investment-based asset pricing model. *Journal of Political Economy*, 104(3), 572-621. <https://doi.org/10.1086/262034>
- Cox, J. C., Ingersoll, J. E., & Ross, S. A. (1985). A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica*, 53(2), 385-407. <https://doi.org/10.2307/1911242>
- Cysne, R. (2006). Equity-premium puzzle: Evidence from Brazilian data. *Economia Aplicada*, 10(2), 161-180. <https://doi.org/10.1590/S1413-80502006000200001>
- Duffie, D., & Singleton, K. (1993). Simulated moments estimation of Markov models of asset prices. *Econometrica*, 61(4), 929-952. <https://doi.org/10.2307/2951768>
- Gallant, A. R. (1977). Three-stage least-squares estimation for a system of simultaneous, nonlinear, implicit equations. *Journal of Econometrics*, 5(1), 71-88. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(77\)90035-5](https://doi.org/10.1016/0304-4076(77)90035-5)

- Genaro, A., & Avellaneda, M. (2018). Does the lending rate impact ETF's prices? *Brazilian Review of Econometrics*, 38(2), 287-319. <https://doi.org/10.12660/bre.v38n22018.31732>
- Hall, A. R. (2005). *Generalized method of moments*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- Hansen, L. P. (2013). *Uncertainty outside and inside economic models*. Retrieved from <https://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/hansen-lecture.pdf>
- Hansen, L. P. (1982). Large sample properties of generalized method of moments estimators. *Econometrica*, 50(4), 1029-1054. <https://doi.org/10.2307/1912775>
- Hansen, L. P., & Singleton, K. J. (1982). Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectations models. *Econometrica*, 50(5), 1269-1286. <https://doi.org/10.2307/1911873>
- Hansen, L. P., Heaton, J., & Yaron, A. (1996). Finite-sample properties of some alternative GMM estimators. *Journal of Business and Economic Statistics*, 14(3), 262-280. <https://doi.org/10.1080/07350015.1996.10524656>
- Issler, J. V., & Piqueira, N. S. (2000). Estimating relative risk aversion, the discount rate, and the intertemporal elasticity of substitution in consumption for Brazil using three types of utility function. *Brazilian Review of Econometrics*, 20(2), 201-239. <https://doi.org/10.12660/bre.v20n22000.2758>
- Jagannathan, R., Skoulakis, G., & Wang, Z. (2002). Generalized methods of moments: Applications in finance. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(4), 470-481. <https://doi.org/10.1198/073500102288618612>
- Lucas, R. E., Jr. (1978). Asset prices in an exchange economy. *Econometrica*, 46(6), 1429-1445. <https://doi.org/10.2307/1913837>
- Martins, H. C. (2021). Tutorial-articles: The importance of data and code sharing. *Revista de Administração Contemporânea*, 25(1), e200212. <https://doi.org/10.1590/1982-7849rac2021200212>
- McFadden, D. (1989). A method of simulated moments for estimation of discrete response models without numerical integration. *Econometrica*, 57(5), 995-1026. <https://doi.org/10.2307/1913621>
- Mehra, R., & Prescott, E. C. (1985). The equity premium: A puzzle. *Journal of Monetary Economics*, 15(2), 145-161. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(85\)90061-3](https://doi.org/10.1016/0304-3932(85)90061-3)
- Nickell, S. (1981). Biases in dynamic models with fixed effects. *Econometrica*, 49(6), 1417-1426. <https://doi.org/10.2307/1911408>
- Pedersen, A. R. (1995). A new approach to maximum likelihood estimation for stochastic differential equations based on discrete observations. *Scandinavian Journal of Statistics*, 22(1), 55-71. Retrieved from <https://www.jstor.org/stable/4616340>
- Stock, J. H., Wright, J., & Yogo, M. (2002). A survey of weak instruments and weak identification in generalized method of moments. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(4), 518-529.
- Verbeek, M. (2004). *A guide to modern econometrics*. Chichester, England: John Wiley & Sons


## Autoria

### Alan de Genaro\*

Fundação Getulio Vargas, Escola de Administração de Empresas de São Paulo

Rua Itapeva, n. 474, Bela Vista, 01332-000, São Paulo, SP, Brasil.

E-mail: alan.genaro@fgv.br


 <https://orcid.org/0000-0002-9839-6116>

### Paula Astorino

Fundação Getulio Vargas, Escola de Administração de Empresas de São Paulo

Rua Itapeva, n. 474, Bela Vista, 01332-000, São Paulo, SP, Brasil.

E-mail: Paula.astorino@fgv.br

 <https://orcid.org/0000-0001-9811-146X>

\* Autor Correspondente

## Direitos Autorais

A RAC detém os direitos autorais deste conteúdo.

## Conflito de Interesses

Os autores informaram que não há conflito de interesses.

## Verificação de Plágio

A RAC mantém a prática de submeter todos os documentos aprovados para publicação à verificação de plágio, mediante o emprego de ferramentas específicas, e.g.: iThenticate.

## Método de Revisão por Pares

Este conteúdo foi avaliado utilizando o processo de revisão por pares duplo-cego (*double-blind peer-review*). A divulgação das informações dos pareceristas constantes na primeira página e do Relatório de Revisão por Pares (Peer Review Report) é feita somente após a conclusão do processo avaliativo, e com o consentimento voluntário dos respectivos pareceristas e autores.

## Contribuições dos Autores

**1° autor:** conceituação (liderança); curadoria de dados (igual); metodologia (liderança); administração de projeto (igual); software (liderança); supervisão (liderança); escrita - rascunho original (liderança).

**2ª autora:** curadoria de dados (igual); administração de projeto (igual); validação (liderança); escrita - revisão e edição (liderança).

## Financiamento

Os autores relataram que não houve suporte financeiro para a pesquisa deste artigo.

## Disponibilidade dos Dados

A RAC informa que os vídeos e os seus conteúdos mencionados neste artigo foram uma opção do autor em oferecer material extra aos leitores. Assim, os vídeos não fizeram parte do processo de revisão por pares e não são uma publicação oficial da RAC.

Os autores afirmam que todos os dados utilizados na pesquisa foram disponibilizados publicamente, e podem ser acessados por meio da plataforma Harvard Dataverse:



Genaro, Alan de; Astorino, Paula, 2022, "Replication Data for "A Tutorial on the GMM Method" published by RAC - Revista de Administração Contemporânea", Harvard Dataverse, V1.

<https://doi.org/10.7910/DVN/ZQRNZA>

A RAC incentiva o compartilhamento de dados mas, por observância a ditames éticos, não demanda a divulgação de qualquer meio de identificação de sujeitos de pesquisa, preservando a privacidade dos sujeitos de pesquisa. A prática de *open data* é viabilizar a reproducibilidade de resultados, e assegurar a irrestrita transparência dos resultados da pesquisa publicada, sem que seja demandada a identidade de sujeitos de pesquisa.

A RAC é membro e subscreve os princípios do COPE - Comitê de Ética em Publicações

